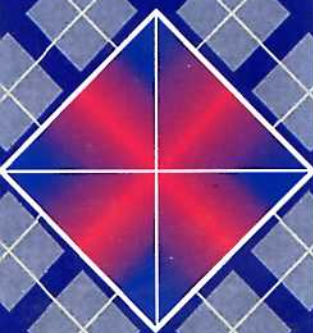




Л.И. Звавич, Е.В. Потоскуев

ТЕСТЫ по геометрии

К учебнику Л.С. Атанасяна и др.
«Геометрия. 7–9 классы»

учени _____ класса _____
_____ ШКОЛЫ _____

7

класс



Учебно-методический комплект

Л.И. Звавич
Е.В. Потоскуев

Тесты по геометрии

К учебнику Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова,
С.Б. Кадомцева и др. «Геометрия. 7–9 классы»
(М. : Просвещение)

7 класс

*Рекомендовано
Российской Академией Образования*

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2013

УДК 373:514
ББК 22.151я72
342

Имена авторов и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Изображение учебника «Геометрия. 7–9 классы : учеб. для общеобразоват. учреждений / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]. — М. : Просвещение» приведено на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Звавич, Л.И.

- 342 Тесты по геометрии. 7 класс : к учебнику Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова, С.Б. Кадомцева и др. «Геометрия. 7–9 классы» / Л.И. Звавич, Е.В. Потоскуев. — М. : Издательство «Экзамен», 2013. — 95, [1] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-05369-9

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Сборник тестов по курсу геометрии 7 класса к учебнику Л.С. Атанасяна поможет школьнику научиться быстро решать задачи различной трудности, начать освоение решения геометрических задач в формате ГИА.

Книга даст возможность учителю быстро и достаточно объективно оценить знания учащихся по предмету, организовать систему дифференцированных заданий.

Сборник может быть использован при изучении геометрии по другим учебникам и пособиям из Федерального перечня, а также для повторения материала при подготовке к ГИА и ЕГЭ.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 373:514
ББК 22.151я72

Формат 70х100/16. Гарнитура «Школьная». Бумага газетная.
Уч.-изд. л. 2,55. Усл. печ. л. 7,8.
Тираж 10 000 экз. Заказ № 6415.

ISBN 978-5-377-05369-9

© Звавич Л.И., Потоскуев Е.В., 2013
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2013

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
1. ОТРЕЗКИ, ЛУЧИ, ПРЯМЫЕ.....	7
Подготовительные задачи	7
Тест 1	
Вариант 1	11
Вариант 2	15
2. УГЛЫ	19
Подготовительные задачи	19
Тест 2	
Вариант 1	22
Вариант 2	26
3. ТРЕУГОЛЬНИКИ	30
Подготовительные задачи	30
Тест 3	
Вариант 1	35
Вариант 2	40
4. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ	45
Подготовительные задачи	45
Тест 4	
Вариант 1	49
Вариант 2	54
5. СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА	59
Подготовительные задачи	59
Тест 5	
Вариант 1	63
Вариант 2	68
6. ВЫСОТЫ, МЕДИАНЫ, БИССЕКТРИСЫ ТРЕУГОЛЬНИКА. НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА.....	73
Подготовительные задачи	73
Тест 6	
Вариант 1	76
Вариант 2	81
ЗАДАНИЯ-УТВЕРЖДЕНИЯ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ГИА	86
ОТВЕТЫ.....	93
Тест 1.....	93
Тест 2.....	93
Тест 3.....	93
Тест 4.....	94
Тест 5.....	94
Тест 6.....	94
Ответы к заданиям-утверждениям для подготовки к ГИА.....	95

ПРЕДИСЛОВИЕ

Единый государственный экзамен и Государственная итоговая аттестация по математике содержат множество заданий, которые не являются тестами по форме, но очень близки к ним по содержанию и характеру поставленных вопросов. Вместе с тем практически ни в одном школьном учебнике математики нет тестовых заданий.

При рассмотрении различных сборников контрольных работ по математике обнаруживается, что в контрольных работах по алгебре содержится не более 4–5 заданий, а в контрольных работах по геометрии — не более 3–4 заданий, при этом для выполнения каждого задания требуется произвести все необходимые обоснования и выкладки. Напротив, первые задания группы В Единого государственного экзамена и задания первой части ГИА рассчитаны на быстрое «черновое» решение с написанием только ответа, без каких бы то ни было выкладок и объяснений. Именно для подготовки к этим частям Единого государственного экзамена и Государственной итоговой аттестации учителя практически не имеют тренировочного задачного материала.

Настоящая книга является первой из трёх книг — сборников тестов по курсу элементарной геометрии. Наличие таких тестов ни в коем случае не отменяет проведение необходимых контрольных работ, а также требование грамотной аргументации возникающих утверждений и соответствующих построений геометрических фигур при решении каждого задания. Вместе с тем авторы убеждены, что форма тестового контроля является весьма важной составляющей процесса подготовки учащихся к итоговой аттестации. В ней проверяются многие умения учащихся, в частности, умение быстро, за 2–3 минуты, оценить предложенную в задании теста геометрическую ситуацию: рассмотреть данный чертёж или эскизно, без чертёжных инструментов, «набросать» свой рисунок, после чего из предложенных ответов выбрать тот, который является верным. Тесты во многом способствуют развитию быстрого интуитивного логического мышления.

Каждый тест, представленный в двух вариантах, содержит 16 заданий и рассчитан на 40–45 минут. Разумеется, тесты не будут неожиданно «обрушены» на головы учащихся. Перед вариантами приводятся подготовительные задачи, решение которых учитель перед проведением теста разберёт на уроке или задаст на дом. Если учителю покажется, что вопросов в тесте слишком много или какие-то из них слишком сложны, то он может сократить количество вопросов теста или объявить о необязательности ответов на некоторые из них.

Если учителю покажется, что двух вариантов теста мало, он может пойти по следующему пути: не меняя заданий варианта, изменить номер верного ответа.

Следует заметить, что при малом количестве вопросов и при их легкости возникает опасность того, что быстро справившийся с тестом учащийся начнёт «помогать» своим товарищам.

Подбирая задания для предложенных тестов, мы старались, чтобы часть неверных ответов задания была правдоподобна, а часть, наоборот, неправдоподобна. Это поможет учителю в какой-то степени понять, чем руководствовался ученик, отвечая на вопросы того или иного задания теста, — размышлением или угадыванием.

Заметим, что существуют разные системы оценивания ответов тестов. Так, например, можно за каждый верный ответ давать одно очко, а за каждый неверный — ноль очков. Тогда мы бы предложили по большинству наших тестов за 16 набранных очков ставить две «пятёрки», за 14 или 15 очков — одну «пятёрку», за 12 или 13 очков — «четвёрку», а за 9, 10 или 11 очков — «тройку». Кроме того, учитель, в зависимости от уровня математической подготовки класса и своих взглядов, может эту систему оценок скорректировать.

Другой способ оценки состоит в том, чтобы за каждый верный ответ давать два балла, за каждый неверный — снимать один балл, а при отсутствии отмеченного ответа — ставить ноль баллов. В этом случае диапазон различных результатов теста по баллам становится шире — от -16 до +32.

Вопросы тестов ранжированы на более лёгкие (один балл) и достаточно трудные (два балла). Последние отмечены «звёздочкой».

ПРЕДИСЛОВИЕ

Тесты можно использовать как для фронтального, так и для индивидуального контроля уровня знаний, навыков и умений учащихся.

При написании книги мы, главным образом, ориентировались на изучение геометрии по учебнику Л.С. Атанасяна и др. Однако при определенной корректировке данный набор тестов может использоваться в 7-м классе при изучении планиметрии по любому учебнику геометрии, а также для повторения планиметрического материала в 9-м, 10-м и 11-м классах.

Заметим, что задания можно предлагать как в виде тестов, так и в виде самостоятельной работы по решению задач с записью ответа, но без письменных объяснений.

Отдельным разделом в книге приводятся задания-утверждения, о каждом из которых ученик должен сказать: верно или неверно. Этот набор поможет учащимся при подготовке к выполнению заданий в формате ГИА.

Авторы выражают искреннюю благодарность Тамаре Николаевне Потоскуевой за неоценимую помощь в подготовке рукописи к печати.

1. ОТРЕЗКИ, ЛУЧИ, ПРЯМЫЕ

Подготовительные задачи

1. Точка H — середина отрезка AC , точка K — середина отрезка CH .
Найдите длину отрезка AK , если $AC = 57\frac{1}{7}$.

Решение. Точка H — середина отрезка AC , значит,

$$HC = 0,5AC.$$

А так как точка K — середина отрезка CH , то

$$CK = 0,5CH = 0,25AC.$$

$$\text{Тогда } AK = 0,75AC = \frac{3}{4} \cdot \frac{400}{7} = \frac{300}{7} = 42\frac{6}{7}.$$

Ответ: $42\frac{6}{7}$.

2. Точка H лежит на лучах AB и BA , причем $АН : HB = 1 : 4$. Найдите расстояние между точками B и H , если это расстояние на 9 см больше, чем расстояние между A и H .

Решение. Точка H лежит на лучах AB и BA , значит, H — внутренняя точка отрезка AB , тогда

$$AH + HB = AB.$$

Из $АН : HB = 1 : 4$ следует, что $BH = 4AH$. Имеем:

$$BH - AH = 9 \text{ или } 4AH - AH = 9,$$

откуда $AH = 3$.

Тогда $BH = 4 \cdot 3 = 12$ (см).

Ответ: 12 см.

3. Точка A — середина отрезка BC , точка M — середина отрезка AC , а точка C — середина отрезка BH . Сколько процентов составляет длина отрезка MH от длины отрезка BH ?

Решение. Точка A — середина отрезка BC , точка M — середина отрезка AC , значит,

$$MC = 0,5AC = 0,5 \cdot 0,5BC = 0,25BC.$$

1. ОТРЕЗКИ, ЛУЧИ, ПРЯМЫЕ

Далее, точка C — середина отрезка BH , поэтому $BC = 0,5BH$.

Тогда

$$MC = 0,25 \cdot 0,5BH = 0,125BH.$$

Учитывая, что

$$MH = MC + CH = 0,125BH + 0,5BH = 0,625BH,$$

приходим к выводу:

$$MH = 0,625 \cdot 100\% = 62,5\%.$$

Ответ: 62,5%.

4. Точка P лежит на отрезке AB так, что $AP : PB = 0,7$. Найдите длину отрезка AP , если $AB = 102$ м.

Решение. Точка P лежит на отрезке AB так, что

$$AP : PB = 0,7 \Rightarrow AP : PB = 7 : 10 \Rightarrow AP : AB = 7 : 17 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AP = \frac{7}{17} AB = \frac{7}{17} \cdot 102 = 42 \text{ (м)}.$$

Ответ: 42 м.

5. Точка H лежит на прямой BC между точками B и C . Найдите длину отрезка BC , если $BH : HC = 8 : 5$ и $BH - CH = 18$ см.

Решение. Точка H лежит на прямой BC между точками B и C , поэтому

$$BH + HC = BC.$$

А так как $BH : HC = 8 : 5$, то $CH : BC = 5 : 13$, значит,

$$BH = \frac{8}{5}CH, \quad BC = \frac{13}{5}CH.$$

Имеем:

$$BH - CH = \frac{8}{5}CH - CH = \frac{3}{5}CH = 18,$$

$$\text{откуда } CH = \frac{18 \cdot 5}{3} = 30.$$

$$\text{Тогда } BC = \frac{13}{5} \cdot 30 = 78 \text{ (см)}.$$

Ответ: 78 см.

6. Общей частью отрезков AB и CD является отрезок BC длины 5 (рис. 1). Найдите длину отрезка AD , если $AB = 20$, $CD = 21$.



Рис. 1

Решение. Имеем: $CB = 5$; $AB + CD = 20 + 21 = 41$. Тогда:
 $(AC + CB) + (CB + BD) = AC + BD + 2CB = AC + BD + 2 \cdot 5 = 41$,
откуда $AC + BD = 31$.

Значит, $AD = (AC + BD) + BC = 31 + 5 = 36$.

Ответ: 36.

7. Найдите расстояние между серединами отрезков AC и BD на рисунке 2, если $AB = 17$, $BC = 8$, $CD = 12$.



Рис. 2

Решение. Пусть точки M и K — середины отрезков соответственно AC и BD . Тогда:

$$MC = 0,5AC = 0,5(AB + BC) = 12,5;$$

$$BK = 0,5BD = 0,5(BC + CD) = 0,5 \cdot 20 = 10.$$

Значит, $CK = CD - KD = 12 - 10 = 2$. Поэтому

$$MK = MC + CK = 12,5 + 2 = 14,5.$$

Ответ: 14,5.

8. Точки B, C, D, M лежат на одной прямой, причем $BC = 9$, $BD = 18$, $DM = 5$. Найдите наименьшую длину отрезка CM .



Рис. 3

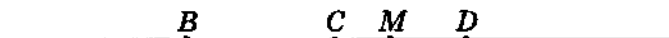


Рис. 4



Рис. 5



Рис. 6

1. ОТРЕЗКИ, ЛУЧИ, ПРЯМЫЕ

Решение. Возможны 4 случая:

- 1) точки C и D лежат по одну сторону от точки B (рис. 3, 4), при этом:
 - а) точка D лежит между C и M (рис. 3);
 - б) точка M лежит между C и D (рис. 4);
- 2) точки C и D лежат по разные стороны от точки B (рис. 5, 6), при этом:
 - а) точка M лежит между B и D (рис. 5);
 - б) точка D лежит между B и M (рис. 6).

Наименьшую длину, равную $4 = 9 - 5$, отрезок $CM = CD - DM$ принимает в случае 1, б (рис. 4).

Ответ: 4.

ТЕСТ 1

Вариант 1

1. Точка A не лежит на прямой BC . Точка M — середина отрезка AC , точка N — середина отрезка BC . Как расположены прямые AB и MN ?

- 1) пересекаются
- 2) не имеют общих точек
- 3) совпадают
- 4) имеют ровно две общие точки
- 5) невозможно определить

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

2. Точки C, D, T, H и F делят отрезок AB на 6 равных частей (рис. 1). Найдите отношение длин отрезков AD и TB .

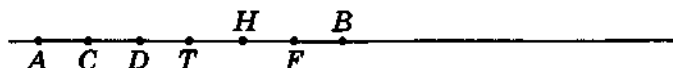


Рис. 1

- 1) 3 : 4
- 2) 2 : 3
- 3) 2 : 1
- 4) 1 : 2
- 5) 3 : 2

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

3. Точка A является серединой отрезка BC . Найдите длину отрезка AB , если $BC = 57\frac{3}{7}$.

- 1) 27,(3)
- 2) $28\frac{3}{14}$
- 3) $29\frac{3}{14}$
- 4) $28\frac{5}{7}$
- 5) $29\frac{1}{2}$

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

1. ОТРЕЗКИ, ЛУЧИ, ПРЯМЫЕ

4. Точка M лежит на лучах AB и BA и равноудалена от точек A и B . Найдите расстояние от M до B , если это расстояние на 8 см меньше, чем расстояние от A до B .

 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - другой ответ

5. Точка A — середина отрезка BC , точка M — середина отрезка AC , а точка S — середина отрезка KM . Сколько процентов составляет длина отрезка BS от длины отрезка BC ?

 - 25%
 - 125%
 - 29,3%
 - $28\frac{5}{7}\%$
 - 80%

6. Точка P лежит на отрезке AB так, что $AP : PB = 0,3$. Найдите длину отрезка AP , если $AB = 91$ м.

 - $27\frac{3}{13}$
 - 21
 - $1\frac{5}{13}$
 - 22
 - $21\frac{1}{7}$

7. Точка P лежит на прямой AB , но вне отрезка AB так, что $AP : PB = 0,3$. Найдите длину отрезка AP , если $AB = 91$ м.

 - 39
 - 38
 - 21
 - 12
 - 9,3

8. Точка A лежит на прямой BC между точками B и C . Найдите длину отрезка BC , если $AB : AC = 7 : 2$ и $AB - AC = 10$ см.

- 1) 21 см
- 2) 19 см
- 3) 20 см
- 4) 18 см
- 5) верного ответа нет

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

9. Общей частью отрезков AB и CD является отрезок длины 3 (рис. 2). Найдите длину отрезка AD , если $AB = 7$, $CD = 11$.



Рис. 2

- 1) 17
- 2) 16
- 3) 15
- 4) 14
- 5) 12

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

10. Сколько отрезков изображено на рисунке 3?

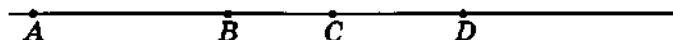


Рис. 3

- 1) 3
- 2) 4
- 3) 5
- 4) 6
- 5) верного ответа нет

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

- 11*. $AB = 7$, $BC = 3$, $CD = 4$ (рис. 4). Найдите сумму длин всех изображенных на этом рисунке отрезков.

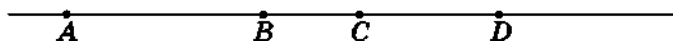


Рис. 4

- 1) 14
- 2) 28
- 3) 45
- 4) 42
- 5) невозможно определить

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

1. ОТРЕЗКИ, ЛУЧИ, ПРЯМЫЕ

- ☒ 12*. Найдите расстояние между серединами отрезков AC и CD на рисунке 4, если $AB = 7$, $BC = 3$, $CD = 4$.
- 1) ☐ 2) ☐ 3) ☐ 4) ☐ 5) ☐
- 1) 5 4) 7,5
2) 6 5) верного ответа нет
3) 7
- ☒ 13*. Найдите расстояние между серединами отрезков AC и BD на рисунке 4, если $AB = 7$, $BC = 3$, $CD = 4$.
- 1) ☐ 2) ☐ 3) ☐ 4) ☐ 5) ☐
- 1) 5 4) 6,5
2) 5,5 5) верного ответа нет
3) 6
- ☒ 14*. Определите взаимное расположение точек M , K и T , лежащих на одной прямой, если $KT > MK$ и $MK > MT$.
- 1) ☐ 2) ☐ 3) ☐ 4) ☐ 5) ☐
- 1) M между K и T
2) K между M и T
3) T между K и M
4) верного ответа нет
5) возможно несколько случаев
- ☒ 15*. Точки K , E , M , T лежат на одной прямой, причем $KT = 11$, $KE = 3$, $TM = 5$. Найдите наименьшую длину отрезка EM .
- 1) ☐ 2) ☐ 3) ☐ 4) ☐ 5) ☐
- 1) 1 4) 4
2) 2 5) 5
3) 3
- ☒ 16*. Точки K , E , M , T лежат на одной прямой, причем $KT = 11$, $KE = 3$, $TM = 5$. Сколько различных значений может принимать длина отрезка EM ?
- 1) ☐ 2) ☐ 3) ☐ 4) ☐ 5) ☐
- 1) 1 4) 4
2) 2 5) 5
3) 3

Вариант 2

1. Точка K не лежит на прямой HC . Точка A — середина отрезка KH , точка C — середина отрезка PH . Как расположены прямые AP и KH ?

- 1) невозможно определить
- 2) не имеют общих точек
- 3) совпадают
- 4) имеют ровно две общие точки
- 5) пересекаются

☒	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐

2. Точки C, D, T, H и F делят отрезок AB на 6 равных частей (рис. 1). Найдите отношение длин отрезков BC и DF .

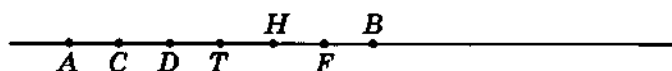


Рис. 1

- 1) 5 : 3
- 2) 2 : 3
- 3) 2 : 1
- 4) 1 : 2
- 5) 3 : 2

☒	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐

3. Точка K — середина отрезка BC , точка P — середина KC . Найдите длину отрезка BP , если $PC = 14\frac{2}{7}$.

- 1) 27,(3)
- 2) $23\frac{1}{7}$
- 3) $42\frac{6}{7}$
- 4) $28\frac{5}{9}$
- 5) $29\frac{3}{14}$

☒	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐

1. ОТРЕЗКИ, ЛУЧИ, ПРЯМЫЕ

4. Точка B лежит на лучах MK и KM , причем $MB : MK = 2 : 3$.
Найдите расстояние между точками M и K , если это расстояние на 6 см больше, чем расстояние между M и B .
- 1) 18
2) 4
3) 5
4) 7
5) другой ответ
5. Точка C — середина отрезка AB , точка M — середина отрезка BC , а точка N — середина отрезка AK . Сколько процентов составляет длина отрезка CM от длины отрезка AK ?
- 1) 25%
2) 125%
3) 29,3%
4) $28\frac{5}{7}\%$
5) 12,5%
6. Точка P лежит на отрезке AB так, что $AP : PB = 0,4$. Найдите длину отрезка AP , если $AB = 84$ м.
- 1) 26
2) 21
3) $1\frac{5}{13}$
4) 24
5) $21\frac{1}{7}$
7. Точка H лежит на прямой AB , но вне отрезка AB так, что $AH : HB = 0,4$. Найдите длину отрезка AH , если $AB = 24$ м.
- 1) 3,9
2) 35
3) 21
4) 12
5) 16

8. Точка K лежит на прямой BC между точками B и C . Найдите длину отрезка BC , если $KB : KC = 8 : 5$ и $KB - KC = 15$ см.

- 1) 21 см 4) 18 см
2) 65 см 5) верного ответа нет
3) 20 см

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

9. Общей частью отрезков AB и CD является отрезок длины 7 (рис. 2). Найдите длину отрезка AD , если $AB = 16$, $CD = 17$.



Рис. 2

- 1) 19 4) 14
2) 10 5) 26
3) 25

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

10. Точки A , B , C и K расположены так, что никакие три из них не лежат на одной прямой. Через каждые две из этих точек проведена прямая. Сколько таких прямых проведено?

- 1) 9
2) 7
3) 6
4) 8
5) верного ответа нет

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

- 11*. $AB = 11$, $BC = 5$, $CD = 7$ (рис. 4). Найдите сумму длин всех изображенных на этом рисунке отрезков.

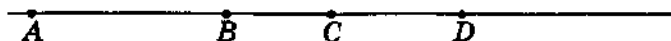


Рис. 4

- 1) 64 4) 74
2) 69 5) невозможно определить
3) 75

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

1. ОТРЕЗКИ, ЛУЧИ, ПРЯМЫЕ

- ☒ 12*. Найдите расстояние между серединами отрезков AC и CD на рисунке 4, если $AB = 11$, $BC = 5$, $CD = 7$.
- | | | | |
|----------------------------|--------------------------|---------|-----------------------|
| ☐ 1 | ☐ | 1) 10 | 4) 9,5 |
| ☐ 2 | ☐ | 2) 11,5 | 5) верного ответа нет |
| ☐ 3 | ☐ | 3) 11 | |
- ☒ 13*. Найдите расстояние между серединами отрезков AC и BD на рисунке 4, если $AB = 11$, $BC = 5$, $CD = 7$.
- | | | | |
|----------------------------|--------------------------|--------|-----------------------|
| ☐ 1 | ☐ | 1) 10 | 4) 9,5 |
| ☐ 2 | ☐ | 2) 8,5 | 5) верного ответа нет |
| ☐ 3 | ☐ | 3) 9 | |
- ☒ 14*. Определите взаимное расположение точек C , A и D , лежащих на одной прямой, если $AD > CA$ и $CA > CD$.
- | | | |
|----------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| ☐ 1 | ☐ | 1) возможно несколько случаев |
| ☐ 2 | ☐ | 2) A между C и D |
| ☐ 3 | ☐ | 3) D между A и C |
| ☐ 4 | ☐ | 4) верного ответа нет |
| ☐ 5 | ☐ | 5) C между A и D |
- ☒ 15*. Точки A , K , B , C лежат на одной прямой, причем $AC = 34$, $AK = 15$, $BC = 14$. Найдите наименьшую длину отрезка BK .
- | | | | |
|----------------------------|--------------------------|------|------|
| ☐ 1 | ☐ | 1) 6 | 4) 5 |
| ☐ 2 | ☐ | 2) 7 | 5) 4 |
| ☐ 3 | ☐ | 3) 8 | |
- ☒ 16*. Точки A , K , B , C лежат на одной прямой, причем $AC = 34$, $AK = 15$, $BC = 14$. Сколько различных значений может принимать длина отрезка BK ?
- | | | | |
|----------------------------|--------------------------|------|------|
| ☐ 1 | ☐ | 1) 8 | 4) 6 |
| ☐ 2 | ☐ | 2) 3 | 5) 5 |
| ☐ 3 | ☐ | 3) 4 | |

2. УГЛЫ

Подготовительные задачи

1. Разность градусных мер двух смежных углов равна 58° . Найдите градусную меру каждого из этих углов.

Решение. Обозначим: α и β — величины смежных углов ($\alpha > \beta$).

Тогда имеем:

$$\alpha + \beta = 180^\circ \text{ (по свойству смежных углов);}$$

$$\alpha - \beta = 58^\circ \text{ (по условию)} \Rightarrow \beta = \alpha - 58^\circ.$$

$$\text{Тогда } \alpha + (\alpha - 58^\circ) = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha = 238^\circ \Rightarrow \alpha = 119^\circ.$$

$$\text{Значит, } \Rightarrow \beta = 119^\circ - 58^\circ = 61^\circ.$$

Ответ: 119° и 61° .

2. Градусная мера одного из смежных углов в четыре раза больше другого. Найдите градусную меру большего из смежных углов.

Решение. Обозначим: α и β — величины смежных углов ($\alpha > \beta$).

Имеем: $\alpha + \beta = 180^\circ$ (по свойству смежных углов);

$$\alpha = 4\beta \text{ (по условию).}$$

$$\text{Тогда } 4\beta + \beta = 180^\circ \Rightarrow 5\beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 36^\circ.$$

$$\text{Значит, } \alpha = 4 \cdot 36 = 144^\circ.$$

Ответ: 144° .

3. Прямые AC и BD пересекаются в точке O . Сумма градусных мер углов BOC , COD и AOD равна 237° . Найдите градусную меру угла BOC .

Решение. Обозначим: $\angle BOC = \alpha$, $\angle COD = \beta$.

Тогда $\angle AOD = \angle BOC = \alpha$ (как вертикальные).

Имеем: $\alpha + \beta = 180^\circ$ (по свойству смежных углов),

$$(\alpha + \beta) + \alpha = 237^\circ \text{ (по условию),}$$

$$\text{откуда } \alpha = 237^\circ - (\alpha + \beta) = 237^\circ - 180^\circ = 57^\circ.$$

Ответ: 57° .

2. УГЛЫ

4. Углы BAC , CAD и DAM равны (рис. 1). Сколько процентов составляет градусная мера угла между лучом AD и биссектрисой AK угла BAC от градусной меры угла CAM ?

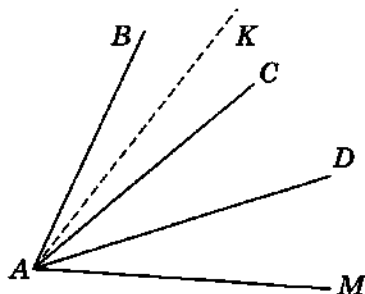


Рис. 1

Решение.

Пусть $\angle BAC = \angle CAD = \angle DAM = \alpha$.

Тогда $\angle KAC = 0,5\alpha$,

значит, $\angle KAD = 1,5\alpha$.

А так как $\angle CAM = 2\alpha$,

то $\angle KAD : \angle CAM = 1,5\alpha : 2\alpha = 0,75$,

откуда $\angle KAD = 0,75\angle CAM$,

то есть $\angle KAD = 0,75\% \angle CAM$.

Ответ: 75%.

5. Луч BK является биссектрисой угла ABC , точка B — середина отрезка KH . Определите градусную меру угла ABH , если градусная мера угла ABC равна 48° .

Решение. Имеем: $\angle ABK + \angle ABH = 180^\circ$ (как смежные углы).

Так как BK — биссектриса $\angle ABC = 48^\circ$, то $\angle ABK = 24^\circ$.

Тогда $\angle ABH = 180^\circ - 24^\circ = 156^\circ$.

Ответ: 156° .

6. Углы MBC и MCB равны. Точка C — середина отрезков KM и BH . Сумма градусных мер углов MBC и KCH равна 80° . Найдите градусную меру угла MCH .

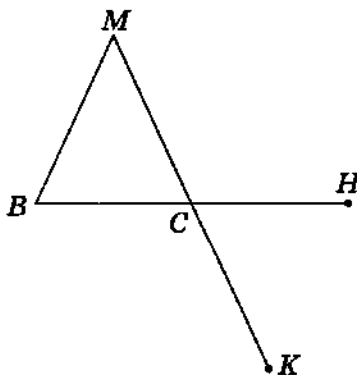


Рис. 2

Решение. Имеем (рис. 2):

$$\angle MCB = \angle HCK \text{ (как вертикальные),}$$

$$\angle MBC = \angle MCB \text{ (по условию),}$$

откуда $\angle MBC = \angle HCK$. Тогда:

$$\angle MBC + \angle KCH = 2\angle KCU = 80^\circ \Rightarrow \angle KCH = 40^\circ.$$

Так как $\angle MCH$ и $\angle KCH$ — смежные, то $\angle MCH + \angle KCH = 180^\circ$.

$$\text{Поэтому } \angle MCH = 180^\circ - \angle KCH = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ.$$

Ответ: 140° .

7. Углы ABC и ACB равны. Точка C — середина отрезка AD . Градусные меры углов ABC и BCD относятся как $2 : 7$. Найдите градусную меру угла BCD .

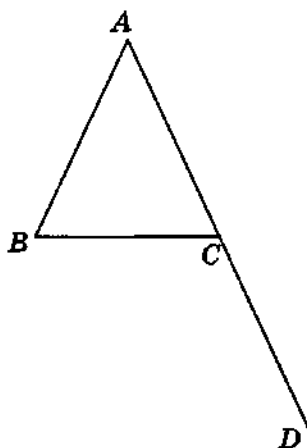


Рис. 3

Решение. Имеем (рис. 3):

$$\angle ACB + \angle BCD = 180^\circ \text{ (как смежные),}$$

$$\angle ABC = \angle ACB \text{ (по условию). Значит,}$$

$$\angle ABC = \angle BCD = 180^\circ.$$

Так как $\angle ABC : \angle BCD = 2 : 7$, то $\angle ABC = 2k$,

$$\angle BCD = 7k \text{ (} k \text{ — коэффициент пропорциональности).}$$

Тогда на основании соотношения $\angle ACB + \angle BCD = 180^\circ$ получаем:

$$2k + 7k = 9k = 180^\circ \Rightarrow k = 20. \text{ Откуда: } \angle BCD = 7 \cdot 20 = 140^\circ.$$

Ответ: 140° .

ТЕСТ 2

Вариант 1

1. Сумма градусных мер двух вертикальных углов равна 153° .
Найдите градусную меру каждого из этих углов.
- 1) 132° и 48° 4) 81° и 81°
2) 71° и 71° 5) такая ситуация невозможна
3) $76,5^\circ$ и $76^\circ 30'$
2. Сумма градусных мер двух смежных углов равна 172° .
Найдите градусную меру каждого из этих углов.
- 1) 172° и 8° 4) 100° и 72°
2) 110° и 42° 5) такая ситуация невозможна
3) 86° и 86°
3. Разность градусных мер двух вертикальных углов равна 152° . Найдите градусную меру каждого из этих углов.
- 1) 14° и 174° 4) 81° и 81°
2) 71° и 71° 5) такая ситуация невозможна
3) $76,5^\circ$ и $76^\circ 30'$
4. Разность градусных мер двух смежных углов равна 122° .
Найдите градусную меру каждого из этих углов.
- 1) 14° и 174° 4) 29° и 151°
2) 61° и 61° 5) такая ситуация невозможна
3) 19° и 141°
5. Градусная мера одного из смежных углов в три раза больше другого. Найдите градусную меру большего из смежных углов.
- 1) 122° 4) 144°
2) 135° 5) нет верного ответа
3) 98°

2. УГЛЫ

10. Точка A прямой BC не лежит на луче BC , точка C лежит на луче AB . Все точки, принадлежащие одновременно лучам BC и AB , образуют

☒	1
☐	2
☐	3
☐	4
☐	5

- 1) отрезок
- 2) луч
- 3) прямую
- 4) невозможно определить
- 5) или луч, или прямую

- 11*. Точка A прямой BC не лежит на луче BC , точка C лежит на луче AB . Все точки, принадлежащие хотя бы одному из лучей BC или AB , образуют

☒	1
☐	2
☐	3
☐	4
☐	5

- 1) отрезок
- 2) луч
- 3) прямую
- 4) не возможно определить
- 5) или луч, или отрезок

12. На рис. 3 лучи OC , OD , OT , OH и OF делят угол AOB на 6 равных частей. Найдите отношение градусных мер углов AOD и TOB .

☒	1
☐	2
☐	3
☐	4
☐	5

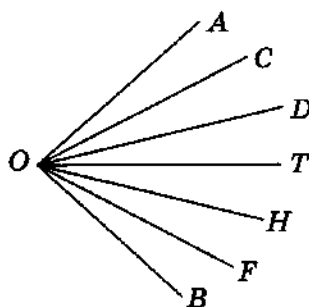


Рис. 3

- 1) 3 : 4
- 2) 2 : 3
- 3) 2 : 1
- 4) 1 : 2
- 5) 3 : 2

13*. Луч KA является биссектрисой угла BKC . Укажите градусную меру угла AKB , если градусная мера угла $BKC = 57^{\circ}15'$.

- 1) $28^{\circ}57'50''$
- 2) $28^{\circ}37'50''$
- 3) $29^{\circ}37'30''$
- 4) $28^{\circ}37'30''$
- 5) верного ответа нет

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

14*. Луч KA является биссектрисой угла BKC , K — середина отрезка AM . Укажите градусную меру угла MKB , если градусная мера угла $BKC = 152^{\circ}$.

- 1) 76°
- 2) $78^{\circ}50'$
- 3) 129°
- 4) 104°
- 5) 124°

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

15*. Углы KAB и KBA равны. B — середина отрезков KM и AT . Сумма градусных мер углов KAB и TBM 72° . Найдите градусную меру угла KBT .

- 1) 36°
- 2) 72°
- 3) 118°
- 4) 144°
- 5) определить невозможно

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

16*. Углы KAB и KBA равны. Точка B — середина отрезка KM . Градусные меры углов KAB и ABM относятся как $2 : 7$. Найдите градусную меру угла ABM .

- 1) 110°
- 2) 120°
- 3) 130°
- 4) 140°
- 5) 150°

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

Вариант 2

1. Сумма градусных мер двух вертикальных углов равна 205° .
Найдите градусную меру каждого из этих углов.
- 1) $102,5^\circ$ и $102^\circ 30'$ 4) $81,5^\circ$ и $81^\circ 30'$
2) 71° и 71° 5) такая ситуация невозможна
3) 132° и 48°
2. Сумма градусных мер двух смежных углов равна 149° .
Найдите градусную меру каждого из этих углов.
- 1) 172° и 8° 4) 100° и 49°
2) 110° и 42° 5) такая ситуация невозможна
3) 86° и 86°
3. Разность градусных мер двух вертикальных углов равна 60° .
Найдите градусную меру каждого из этих углов.
- 1) 14° и 174° 4) 81° и 81°
2) 71° и 71° 5) такая ситуация невозможна
3) $76,5^\circ$ и $76^\circ 30'$
4. Разность градусных мер двух смежных углов равна 36° .
Найдите градусную меру каждого из этих углов.
- 1) 14° и 174° 4) 29° и 151°
2) 108° и 72° 5) такая ситуация невозможна
3) 19° и 141°
5. Градусная мера одного из смежных углов в семь раз больше
другого. Найдите градусную меру большего из смежных
углов.
- 1) 122° 4) 144°
2) 135° 5) нет верного ответа
3) $157,5^\circ$

2. УГЛЫ

10. Точка A прямой BC лежит на луче BC , точка B не лежит на луче AC . Все точки, принадлежащие одновременно лучам BC и CA , образуют
- 1) отрезок
 - 2) луч
 - 3) прямую
 - 4) невозможно определить
 - 5) или луч, или прямую

- 11*. Точка M прямой KH не лежит на луче KH , точка K лежит на луче HM . Все точки луча HK , принадлежащие лучу MH , образуют
- 1) отрезок
 - 2) луч
 - 3) прямую
 - 4) невозможно определить
 - 5) или луч, или отрезок

12. На рис. 3 лучи OB , OC , OH , OK и OA делят угол MOA на 6 равных углов. Найдите отношение градусных мер углов AOB и MOH .
- 1) 3 : 4
 - 2) 2 : 3
 - 3) 2 : 1
 - 4) 4 : 3
 - 5) 3 : 2

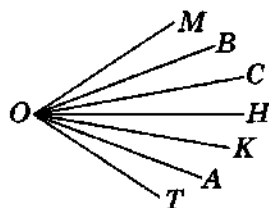


Рис. 3

- 13*. Луч BM является биссектрисой угла ABC . Укажите градусную меру угла ABM , если градусная мера угла ABC равна $65^{\circ}17'$.
- 1) $28^{\circ}57'50''$
 - 2) $32^{\circ}38'30''$
 - 3) $29^{\circ}37'30''$
 - 4) $28^{\circ}37'30''$
 - 5) верного ответа нет

14*. Луч BK является биссектрисой угла ABC , точка B — середина отрезка KH . Укажите градусную меру угла ABC , если градусная мера угла ABH равна 124° .

- 1) 76°
- 2) $78^\circ 50'$
- 3) 129°
- 4) 104°
- 5) 112°

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

15*. Углы MAC и MCA равны. Точка C — середина отрезков MH и AT . Сумма градусных мер углов MAC и TCH равна 60° . Найдите градусную меру угла ACH .

- 1) 36°
- 2) определить невозможно
- 3) 118°
- 4) 144°
- 5) 150°

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

16*. Углы MAV и MBA равны. Точка A — середина отрезка CM . Градусные меры углов ABM и BAC относятся как $4 : 5$. Найдите градусную меру угла BAC .

- 1) 110°
- 2) 120°
- 3) 100°
- 4) 140°
- 5) 150°

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

3. ТРЕУГОЛЬНИКИ

Подготовительные задачи

1. Периметр треугольника MPK (рис. 1) равен 58 см, а длина его медианы MH равна 15 см. Определите периметр треугольника MPH , если $MP = MK$.

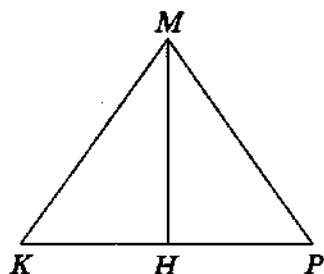


Рис. 1

Решение.

Периметр $\triangle MPK$ равен $MP + MK + PK = 2MK + PK = 58$ см.

Периметр $\triangle MPH$ равен $MK + KH + HM = (MK + \frac{1}{2}PK) + MH$.

Имеем: $2MK + PK = 58 \Rightarrow MK + \frac{1}{2}PK = 29$ см.

Тогда периметр $\triangle MPH$ равен: $29 + 15 = 44$ см.

Ответ: 44 см.

2. Периметр треугольника MPK (рис. 2) равен 34. Точка H лежит на стороне MK этого треугольника так, что сумма периметров треугольников MPH и KPH равна 60 см. Найдите длину отрезка PH .

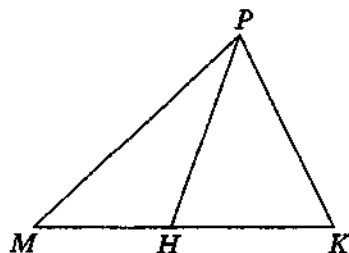


Рис. 2

Решение. Имеем (рис. 2):

$$P_{\Delta MPK} = MP + MK + PK = MP + MH + HK + KP;$$

$$P_{\Delta MPH} = MP + MH + HP; P_{\Delta KPH} = KP + PH + HK.$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда: } P_{\Delta MPH} + P_{\Delta KPH} &= (MP + MH + HP) + (KP + PH + HK) = \\ &= (MP + MH + HK + KP) + 2PH = 34 + 2PH = 60 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2PH = 60 - 34 = 26 \Rightarrow PH = 13. \end{aligned}$$

Ответ: 13.

3. Отрезок PH — медиана треугольника MPK . Градусные меры углов PMK и PKM равны соответственно 33° и 47° . Определите градусную меру угла AKP , если точка H — середина отрезка AP .

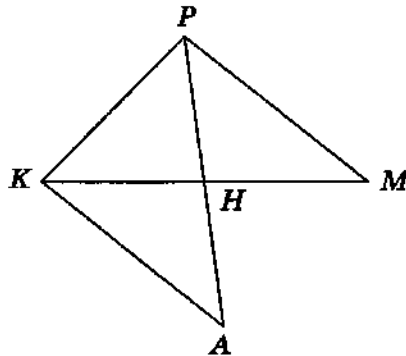


Рис. 3

Решение. Так как точка H — середина отрезков KM и AP (рис. 3), то $KH = HM$, $PH = AH$.

Кроме того, $\Delta MHP = \Delta AHP$ (как вертикальные).

Поэтому $\angle PHM = \angle AHP$ (по двум сторонам и углу между ними), откуда $\angle AKH = \angle PMH = 33^\circ$ (как углы, лежащие против равных сторон в равных треугольниках).

$$\text{Тогда } \angle AKP = \angle AKH + \angle MKP = 33^\circ + 47^\circ = 80^\circ.$$

Ответ: 80° .

4. Точка M лежит на стороне AB треугольника ABC (рис. 4). Найдите угол между биссектрисой угла BMC и прямой BC , если $AB = 16$ см, $AM = 7$ см, $CM = 9$ см.

3. ТРЕУГОЛЬНИКИ

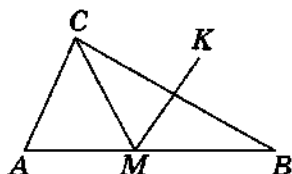


Рис. 4

Решение. Находим:

$$BM = AB - AM = 16 - 7 = 9.$$

Получаем:

$$MC = MB \Rightarrow \triangle MBC \text{ — равнобедренный.}$$

Тогда биссектриса MK угла BMC равнобедренного $\triangle MBC$, противолежащего его основанию BC , является высотой этого треугольника $\Rightarrow MK \perp BC \Rightarrow \angle (MK, BC) = 90^\circ$.

Ответ: 90° .

5. Медианы BK и CH равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$) пересекаются в точке P (рис. 5). Сколько образовалось пар равных друг другу треугольников?

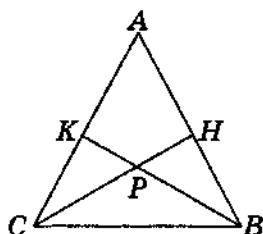


Рис. 5

Указание. $\triangle BCK = \triangle CBH$ (почему?);

$\triangle ABK = \triangle ACH$ (почему?);

$\triangle CPK = \triangle BPH$ (почему?)

Ответ: три пары.

6. В треугольнике ABC градусная мера угла BAC равна 52° , а градусная мера угла CBA равна 86° . Точка T — середина отрезка AB . Прямая, проходящая через точку T перпендикулярно AB , пересекает сторону AC в точке K (рис. 6). Найдите градусную меру угла KBC .

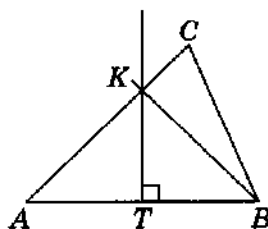


Рис. 6

Решение. Точка K принадлежит серединному перпендикуляру отрезка AB , проходящему через точку T — середину AB . Поэтому

$\triangle ATK = \triangle BTK$ ($AT = TB$, KT — общий катет).

Значит, $\angle TAK = \angle TBK = 52^\circ$.

Тогда $\angle KBC = \angle ABC - \angle ABK = 86^\circ - 52^\circ = 34^\circ$.

Ответ: 34° .

7. Треугольники ABC и ABM расположены так, что точка C лежит на отрезке BM (рис. 7). Определите градусную меру угла, образованного биссектрисами CK и CT треугольников соответственно ABC и ACM .

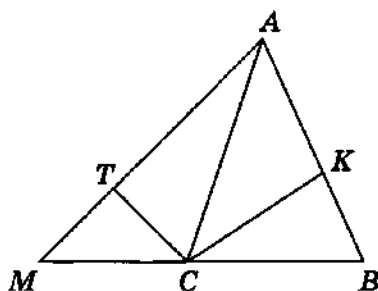


Рис. 7

Решение. Имеем: $\angle ACB + \angle ACM = 180^\circ$ (по свойству смежных углов) $\Rightarrow \frac{1}{2}(\angle ACB + \angle ACM) = 90^\circ$. Далее:

CT — биссектриса $\angle ACM \Rightarrow \angle ACT = \frac{1}{2} \angle ACM$;

CK — биссектриса $\angle ACB \Rightarrow \angle ACK = \frac{1}{2} \angle ACB$.

Тогда: $\angle TCK = \angle ACT + \angle ACK = \frac{1}{2} \angle ACM + \frac{1}{2} \angle ACB =$
 $= \frac{1}{2}(\angle ACM + \angle ACB) = 90^\circ$.

Таким образом, градусная мера угла, образованного биссектрисами двух смежных углов, равна 90° .

Ответ: 90° .

3. ТРЕУГОЛЬНИКИ

8. Периметр равнобедренного треугольника AKC равен 273 см, а $AK : AC = 5 : 4$. Найдите все возможные значения длины отрезка AC .

Решение. Возможны два случая.

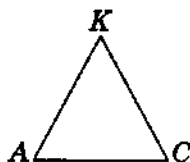


Рис. 8

- 1) В равнобедренном $\triangle AKC$:
 $AK = KC, AK > AC$ (рис. 8)
и $AK : AC = 5 : 4$,
откуда $AK = \frac{5}{4} AC$.

Тогда:

$$P_{\triangle AKC} = 2AK + AC = 2 \cdot \frac{5}{4} AC + AC = \frac{7}{2} AC = 273 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = \frac{273 \cdot 2}{7} = 78 \text{ (см)}.$$

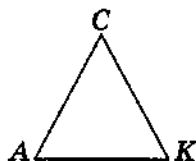


Рис. 9

- 2) В равнобедренном $\triangle AKC$:
 $AC = KC, AK > AC$ (рис. 9)
и $AK : AC = 5 : 4$.
Тогда $AK = \frac{5}{4} AC$

$$\text{и } P_{\triangle AKC} = AK + 2AC = \frac{5}{4} AC + 2AC = \frac{13}{4} AC = 273 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = \frac{273 \cdot 4}{13} = 84 \text{ (см)}.$$

Ответ: 78 см и 84 см.

ТЕСТ 3

Вариант 1

1. На рисунке 1 в треугольнике ABC отрезки AA_1 , BB_1 и CC_1 являются соответственно

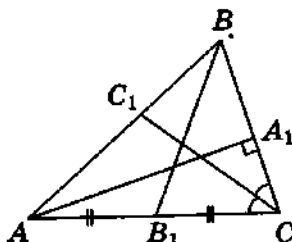


Рис. 1

- 1) высотой, медианой, биссектрисой
- 2) медианой, высотой, биссектрисой
- 3) биссектрисой, высотой, медианой
- 4) биссектрисой, медианой, высотой
- 5) медианой, биссектрисой, высотой

2. Периметр треугольника ABC равен 20 см, а длина его медианы BM равна 4 см. Определите периметр треугольника ABM , если $AB = BC$.

- 1) 11
- 2) 12
- 3) 13
- 4) 14
- 5) определить невозможно

3. Периметр треугольника ABC равен 10. Точка K лежит на стороне AB этого треугольника так, что сумма периметров треугольников AKC и BKC равна 16. Найдите длину отрезка CK .

- 1) 6
- 2) 5
- 3) 3
- 4) 4
- 5) определить невозможно

8. Неравнобедренные треугольники ABC и ABC_1 равны. Отрезок AC пересекает отрезок BC_1 в точке K . Что можно сказать о равенстве треугольников AKC_1 и BCK ?

- 1) равны
- 2) неравны
- 3) могут быть равны, а могут быть неравны
- 4) треугольники всегда совпадают
- 5) такая ситуация невозможна

☒
1
2
3
4
5

9. Медианы AT и CM равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) пересекаются в точке K (рис. 2). Сколько образовалось пар равных друг другу треугольников?

- 1) одна пара
- 2) две пары
- 3) три пары
- 4) четыре пары
- 5) пять пар

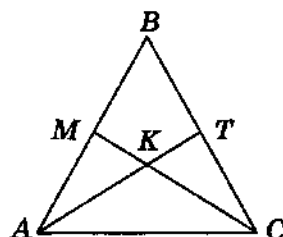


Рис. 2

☒
1
2
3
4
5

10. Отрезок BK — медиана равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$); BM и BN — медианы треугольников соответственно BCK и ABK (рис. 3). Сколько образовалось пар равных друг другу треугольников?

- 1) одна пара
- 2) две пары
- 3) три пары
- 4) четыре пары
- 5) пять пар

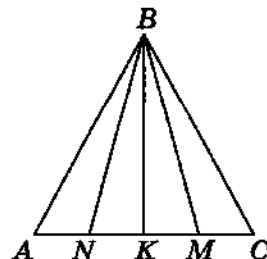


Рис. 3

☒
1
2
3
4
5

3. ТРЕУГОЛЬНИКИ

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

11. В треугольнике ABC градусная мера угла BAC равна 72° , а градусная мера угла BCA равна 53° . Точка K — середина отрезка AC . Прямая, проходящая через точку K перпендикулярно AC , пересекает сторону BC в точке T (рис. 4). Найдите градусную меру угла BAT .

- 1) 19°
- 2) 36°
- 3) 53°
- 4) 9°
- 5) определить невозможно

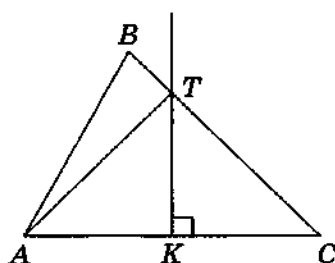


Рис. 4

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

12. Треугольники ABC и BCK расположены так, что точка C лежит на отрезке AK . Определите градусную меру угла, образованного биссектрисами CP и CM треугольников соответственно ABC и BCK .

- 1) 80°
- 2) 90°
- 3) 100°
- 4) любой острый угол
- 5) определить невозможно

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

13. Треугольники ABC и BCK расположены так, что точка C лежит на отрезке AK , а углы ABC и KBC равны. Найдите длины высот CF и CH треугольников соответственно ABC и BCK , если сумма длин этих высот равна 40 см.

- 1) определить невозможно
- 2) 15 см и 25 см
- 3) 20 см и 20 см
- 4) 10 см и 30 см
- 5) любые длины, сумма которых равна 40 см

14. Точка K — середина отрезка AB . Треугольник CBK равен треугольнику CAK . Найдите градусную меру угла CAK .

- 1) 45°
- 2) 135°
- 3) 90°
- 4) 60°
- 5) определить невозможно

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

15. Периметр равнобедренного треугольника ABC равен 56 см, а $AB : BC = 2 : 3$. Найдите все возможные значения длины отрезка AC .

- 1) 16 см и 32 см
- 2) 21 см и 42 см
- 3) 16 см и 21 см
- 4) бесконечно много различных значений
- 5) верного ответа нет

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

16. Треугольник OAB равен треугольнику OCD ($AB = CD$). Окружность с центром O проходит через точки A и B . Как расположены относительно этой окружности точки C и D ?

- 1) обе точки лежат внутри круга данной окружности
- 2) обе точки лежат вне круга данной окружности
- 3) одна точка лежит внутри круга, вторая — вне круга данной окружности
- 4) обе точки лежат на окружности
- 5) верного ответа нет

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

Вариант 2

- ☒ 1
☐ 2
☐ 3
☐ 4
☐ 5

1. На рисунке 1 в треугольнике ABC отрезки AA_1 , BB_1 и CC_1 являются соответственно

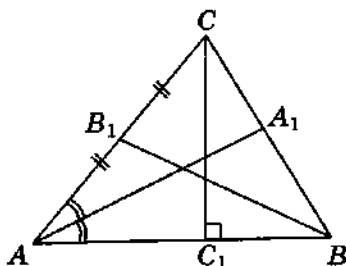


Рис. 1

- 1) высотой, медианой, биссектрисой
- 2) медианой, высотой, биссектрисой
- 3) биссектрисой, высотой, медианой
- 4) биссектрисой, медианой, высотой
- 5) медианой, биссектрисой, высотой

- ☒ 2
☐ 3
☐ 4
☐ 5

2. Периметр треугольника ABC равен 72 см, а длина его медианы AM равна 12 см. Определите периметр треугольника ABM , если $AB = AC$.

- 1) 51
- 2) 48
- 3) 53
- 4) 42
- 5) определить невозможно

- ☒ 3
☐ 4
☐ 5

3. Периметр треугольника MPH равен 50. Точка K лежит на стороне MH этого треугольника так, что сумма периметров треугольников MPK и PKH равна 64. Найдите длину отрезка PK .

- 1) 6
- 2) 9
- 3) 7
- 4) 11
- 5) определить невозможно

4. Отрезок AK — медиана треугольника ABC . Градусные меры углов ACB и ABC равны соответственно 15° и 130° . Определите градусную меру угла AH , если точка K — середина отрезка AH .

 - 145°
 - 115°
 - 85°
 - 95°
 - определить невозможно

5. Точка H лежит на стороне AC треугольника ABC . Найдите угол между биссектрисой угла ACB и прямой BH , если $AC = 16$ см, $AH = 6$ см, $BC = 10$ см.

 - 60°
 - 45°
 - 30°
 - 90°
 - определить невозможно

6. На рисунке изображали все равные друг другу треугольники со сторонами 3 см, 11 см и 9 см так, что они имеют общую сторону длиной 9 см. Сколько всего треугольников изобразили на рисунке?

 - 1
 - 4
 - 3
 - 2
 - бесконечно много

7. Неравнобедренные треугольники ABM и ABM_1 равны. Отрезок MM_1 пересекает отрезок AB в точке C . Что можно сказать о треугольниках AMM_1 и BMM_1 ?

 - треугольники всегда совпадают
 - могут быть равны, а могут быть неравны
 - неравны
 - равны
 - такая ситуация невозможна

3. ТРЕУГОЛЬНИКИ

- ☒ 8.
☐ 1
☐ 2
☐ 3
☐ 4
☐ 5

8. Неравнобедренные треугольники BCM и BCM_1 равны. Отрезок BM пересекает отрезок CM_1 в точке A . Что можно сказать о треугольниках ABM_1 и ACM ?

- 1) могут быть равны, а могут быть неравны
- 2) неравны
- 3) равны
- 4) треугольники всегда совпадают
- 5) такая ситуация невозможна

- ☒ 9.
☐ 1
☐ 2
☐ 3
☐ 4
☐ 5

9. Медианы AM и CK равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) пересекаются в точке H (рис. 2). Сколько образовалось пар равных друг другу треугольников?

- 1) одна пара
- 2) пять пар
- 3) две пары
- 4) четыре пары
- 5) три пары

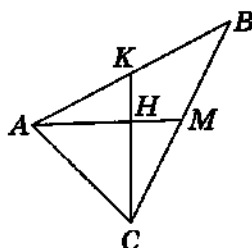


Рис. 2

- ☒ 10.
☐ 1
☐ 2
☐ 3
☐ 4
☐ 5

10. Отрезок KA — медиана равнобедренного треугольника KMC ($KC = MK$); KB и KH — медианы соответственно треугольников ACK и AMK (рис. 3). Сколько образовалось пар равных друг другу треугольников?

- 1) одна пара
- 2) четыре пары
- 3) пять пар
- 4) две пары
- 5) три пары

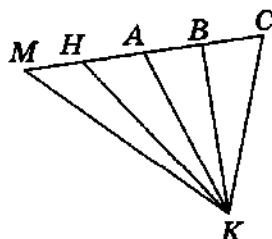


Рис. 3

11. В треугольнике HPK градусная мера угла HPK равна 79° , а градусная мера угла HKP равна 52° . Точка A — середина отрезка PK . Прямая, проходящая через точку A перпендикулярно PK , пересекает сторону KH в точке B (рис. 4). Найдите градусную меру угла BPH .

- 1) 19°
- 2) 37°
- 3) 151°
- 4) 27°
- 5) определить невозможно

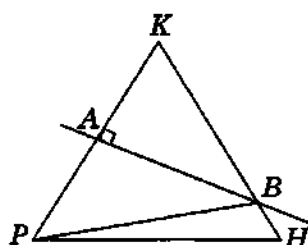


Рис. 4

12. Треугольники ABK и ACK расположены так, что точка B лежит на отрезке CK . Определите градусную меру угла, образованного биссектрисами BH и BM треугольников соответственно ABC и ABK .

- 1) 70°
- 2) определить невозможно
- 3) любой острый угол
- 4) 115°
- 5) 90°

13. Треугольники ABK и ACK расположены так, что точка B лежит на отрезке CK , а углы BAC и KAB равны. Найдите длины высот BH и BM треугольников соответственно ABC и ABK , если сумма длин этих высот равна 36 см.

- 1) определить невозможно
- 2) 16 см и 20 см
- 3) 12 см и 24 см
- 4) 18 см и 18 см
- 5) любые длины, сумма которых равна 36 см

3. ТРЕУГОЛЬНИКИ

- ☒ 14. Точка H — середина отрезка AC . Треугольник ABH равен треугольнику CBH . Найдите градусную меру угла BAC .
- ☐ 1 ☐
☐ 2 ☐
☐ 3 ☐
☐ 4 ☐
☐ 5 ☐
- 1) 30°
2) 100°
3) 60°
4) 40°
5) определить невозможно
- ☒ 15. Периметр равнобедренного треугольника ABC равен 36 см, а $AC : BC = 2 : 5$. Найдите все возможные значения длины отрезка AB .
- ☐ 1 ☐
☐ 2 ☐
☐ 3 ☐
☐ 4 ☐
☐ 5 ☐
- 1) 10 см и 16 см
2) верного ответа нет
3) бесконечно много различных значений
4) 8 см и 15 см
5) 8 см и 20 см
- ☒ 16. Окружность с центром M проходит через точки K и H . Треугольник KMH равен треугольнику PMA ($KH = PA$). Как расположены относительно этой окружности точки P и A ?
- ☐ 1 ☐
☐ 2 ☐
☐ 3 ☐
☐ 4 ☐
☐ 5 ☐
- 1) обе точки лежат вне круга данной окружности
2) обе точки лежат внутри круга данной окружности
3) одна точка лежит внутри круга, вторая — вне круга данной окружности
4) верного ответа нет
5) обе точки лежат на окружности

4. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

Подготовительные задачи

1. На рисунке 1 при пересечении прямой p с прямыми m и n образовались углы α , β , γ , δ , φ , ψ , ω , μ . Какими являются: а) углы α и β ; б) углы φ и γ ; в) углы α и φ ; г) углы β и δ ; д) углы δ и φ ?

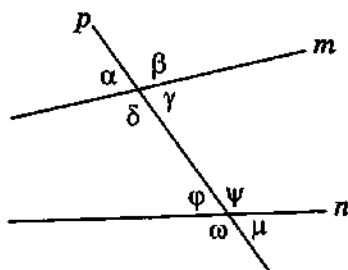


Рис. 1

Ответ: а) смежными; б) внутренними накрест лежащими; в) соответственными; г) вертикальными; д) внутренними односторонними.

2. Три параллельные прямые пересечены четвёртой прямой. Сумма всех образовавшихся тупых углов с вершинами в точках пересечения равна 840° . Найдите величины каждого из образовавшихся при этом острых углов.

Решение. При пересечении четвёртой прямой с каждой из трёх данных параллельных прямых образуется одна пара тупых вертикальных углов. Так как вертикальные углы равны и равны накрест лежащие углы, образованные при пересечении двух параллельных прямых третьей, то при данном пересечении образуются шесть равных тупых углов с вершинами в точках пересечения.

По условию задачи сумма всех этих шести тупых углов равна 840° , значит, каждый из них равен 140° . Тогда каждый смежный с ним угол является острым и имеет величину, равную $40^\circ = 180^\circ - 140^\circ$.

Ответ: все по 40° .

4. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

3. На рисунке 2 через вершину B треугольника BKH проведена прямая CM , параллельная прямой KH . Запишите в порядке возрастания градусные меры трёх углов треугольника BKH , если градусные меры углов CBK и MBH равны соответственно 57° и 28° .

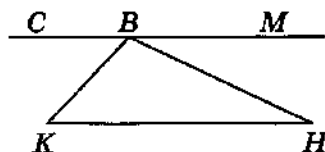


Рис. 2

Решение. Так как $CM \parallel KH$, то

$\angle BHK = \angle MBH = 28^\circ$ и $\angle BKH = \angle CBK = 57^\circ$ (как накрест лежащие).

Тогда: $\angle KBH = 180^\circ - (\angle BHK + \angle BKH) = 180^\circ - (28^\circ + 57^\circ) = 95^\circ$.

Таким образом, $\angle BHK = 28^\circ$, $\angle BKH = 57^\circ$, $\angle KBH = 95^\circ$.

Ответ: 28° ; 57° ; 95° .

4. На рисунке 3 через вершину B треугольника ABC проведена прямая MT , параллельная прямой AC . Запишите в порядке убывания градусные меры трёх углов треугольника ABC , если градусные меры углов CBM и ABT соответственно равны 158° и 120° .

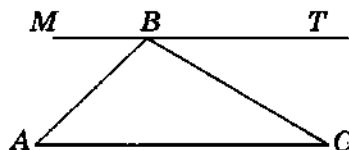


Рис. 3

Решение. Имеем (рис. 3):

$$\angle ABT = \angle ABC + \angle CBT = 120^\circ, \quad \angle CBM = \angle ABC + \angle ABM = 158^\circ,$$

значит, $\angle ABC + (\angle ABC + \angle CBT + \angle ABM) = 278^\circ$.

$$\text{Но } \angle ABC + \angle CBT + \angle ABM = 180^\circ.$$

$$\begin{aligned} \text{Поэтому } \angle ABC &= 278^\circ - (\angle ABC + \angle CBT + \angle ABM) = \\ &= 278^\circ - 180^\circ = 98^\circ. \end{aligned}$$

$$\text{Тогда: } \angle ABM = \angle CBT - \angle ABC = 158^\circ - 98^\circ = 60^\circ;$$

$$\angle CBT = \angle ABT - \angle ABC = 120^\circ - 98^\circ = 22^\circ.$$

Далее:

$MT \parallel AC \Rightarrow \angle ABC = \angle CBT = 22^\circ$, $\angle CAB = \angle ABM = 60^\circ$ (как накрест лежащие).

Таким образом, получаем в треугольнике ABC : $\angle ABC = 98^\circ$; $\angle CAB = 60^\circ$; $\angle ACB = 22^\circ$.

Ответ: $\angle ABC = 98^\circ$; $\angle CAB = 60^\circ$; $\angle ACB = 22^\circ$.

5. Прямая MN пересекает параллельные прямые AB и CD соответственно в точках P и K так, что $\angle APK = \alpha$ — острый. Градусную меру угла APK сложили с градусными мерами одностороннего с ним угла, соответственного ему угла и накрест лежащего с ним угла. Сумма этих четырёх слагаемых оказалась равной 320° . Найдите градусную меру угла α .

Решение. При пересечении двух параллельных прямых третьей прямой равны накрест лежащие углы, соответственные углы, а сумма двух односторонних углов равна 180° . Поэтому сумма этих четырёх слагаемых, оговоренных в условии задачи, имеет вид:

$$\alpha + \alpha + (180^\circ - \alpha) + \alpha.$$

По условию эта сумма градусных мер углов равна 320° , поэтому решаем уравнение: $\alpha + \alpha + (180^\circ - \alpha) + \alpha = 320^\circ$.

Получаем: $2\alpha = 140^\circ$, откуда $\alpha = 70^\circ$.

Ответ: 70° .

6. Прямые AB и KH параллельны, BK — биссектриса угла ABH . Найдите градусную меру угла BHK , если градусная мера угла BKH равна 42° (рис. 4).

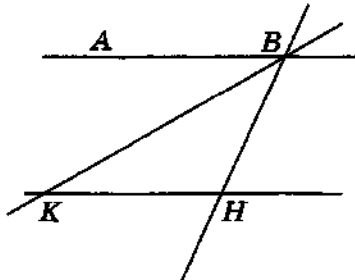


Рис. 4

4. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

Решение. $AB \parallel KH$, BK — секущая $\Rightarrow \angle ABK = \angle BKH = 42^\circ$ (как накрест лежащие). А так как BK — биссектриса $\angle ABH$, то $\angle ABK = \angle KBH$.

Тогда $\angle BKH = \angle KBH = 42^\circ$.

Поэтому $\angle ABH = 2 \angle ABK = 2 \cdot 42^\circ = 84^\circ$,

значит, $\angle BHK = 180^\circ - \angle ABH = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$ (по свойству внутренних односторонних углов при параллельных и секущей прямых).

Ответ: 96° .

7. Прямые AC и BD пересекаются в точке H , а прямые AB и CD параллельны. Градусные меры углов HAB и HBA треугольника ABH относятся как $5 : 7$. Сумма градусных мер углов треугольника CDH , прилежащих к стороне CD , равна 144° . Найдите разность градусных мер углов HDC и HCD .

Решение. Имеем:

$AB \parallel CD \Rightarrow \angle HBA = \angle HDC$, $\angle HAB = \angle HCD$ (почему?)

Тогда градусные меры углов HCD и HDC также находятся в отношении $5 : 7$. Это означает, что

$\angle HCD = 5k$, $\angle HDC = 7k$ (k — коэффициент пропорциональности).

А так как сумма $5k + 7k$ градусных мер этих углов равна 144° , то из уравнения $12k = 144^\circ$ находим: $k = 12$. Тогда:

$\angle HDC = 7 \cdot 12 = 84^\circ$; $\angle HCD = 5 \cdot 12 = 60^\circ$,

значит, $\angle HDC - \angle HCD = 84^\circ - 60^\circ = 24^\circ$.

Ответ: 24° .

ТЕСТ 4

Вариант 1

1. Точки A, B, C, P, K и T расположены так, что прямая AB параллельна прямой CP , а прямая KT параллельна прямой AB . Как расположены прямые CP и KT , если точка P — середина отрезка BT ?

- 1) прямые CP и KT пересекаются
- 2) прямые CP и KT совпадают
- 3) прямые CP и KT параллельны
- 4) прямые CP и KT параллельны или совпадают
- 5) взаимное расположение прямых определить невозможно

2. На рисунке 1 углы α и β являются

- 1) смежными
- 2) накрест лежащими
- 3) соответственными
- 4) вертикальными
- 5) односторонними

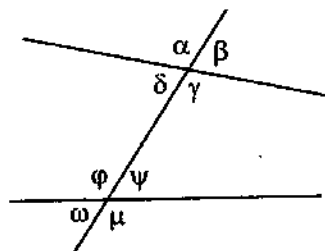


Рис. 1

3. На рисунке 1 углы ϕ и γ являются

- 1) смежными
- 2) накрест лежащими
- 3) соответственными
- 4) вертикальными
- 5) односторонними

4. На рисунке 1 углы α и ϕ являются

- 1) смежными
- 2) накрест лежащими
- 3) соответственными
- 4) вертикальными
- 5) односторонними

☒
1
2
3
4
5

☒
1
2
3
4
5

☒
1
2
3
4
5

☒
1
2
3
4
5

4. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

☒ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐

5. На рисунке 1 углы β и δ являются

- 1) смежными
- 2) накрест лежащими
- 3) соответственными
- 4) вертикальными
- 5) односторонними

☒ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐

6. На рисунке 1 углы δ и φ являются

- 1) смежными
- 2) накрест лежащими
- 3) соответственными
- 4) вертикальными
- 5) односторонними

☒ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐

7. Три параллельные прямые пересечены четвёртой прямой. Сумма всех образовавшихся тупых углов с вершинами в точках пересечения равна 960° . Найдите величины каждого из образовавшихся при этом острых углов.

- | | |
|----------------------|--------------------------|
| 1) все по 30° | 4) все по 40° |
| 2) все по 35° | 5) определить невозможно |
| 3) все по 20° | |

☒ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐

8. На рисунке 2 через вершину A треугольника ABC проведена прямая TM , параллельная прямой BC . Запишите в порядке возрастания градусные меры трёх углов треугольника ABC , если градусные меры углов BAM и CAT равны соответственно 42° и 25° .

- 1) $35^\circ, 62^\circ, 73^\circ$
- 2) $73^\circ, 62^\circ, 45^\circ$
- 3) $25^\circ, 42^\circ, 113^\circ$
- 4) $45^\circ, 62^\circ, 73^\circ$
- 5) верного ответа нет

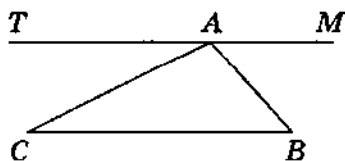


Рис. 2

9. На рисунке 3 через вершину B треугольника ABC проведена прямая TP , параллельная прямой AC . Запишите в порядке убывания градусные меры трёх углов треугольника ABC , если градусные меры углов CBT и ABP равны соответственно 143° и 162° .

- 1) $162^\circ, 143^\circ, 5^\circ$
- 2) $125^\circ, 37^\circ, 18^\circ$
- 3) $5^\circ, 143^\circ, 162^\circ$
- 4) $18^\circ, 37^\circ, 125^\circ$
- 5) такое положение невозможно

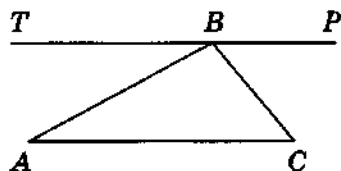


Рис. 3

10. Прямая MN пересекает параллельные прямые PQ и CD соответственно в точках A и B так, что $\angle MAP = \alpha$ — тупой. Градусную меру угла α сложили с градусными мерами накрест лежащего с ним угла, соответственного ему угла и одностороннего с ним угла. Сумма этих четырёх слагаемых оказалась равной 480° . Найдите градусную меру угла α .

- 1) 160°
- 2) 150°
- 3) 140°
- 4) 120°
- 5) определить невозможно

- 11*. На рисунке 4 прямые MK и AT параллельны, при этом AK — биссектриса угла TAM . Найдите градусную меру угла AMK , если градусная мера угла AKM равна 23° .

- 1) определить невозможно
- 2) 124°
- 3) 144°
- 4) 157°
- 5) 134°

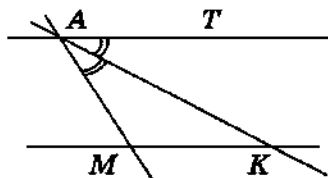


Рис. 4

4. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

- ☒ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐

12*. На рисунке 5 прямые AC и BD пересекаются в точке K , а прямые AB и CD параллельны. Градусные меры углов KAB и KBA треугольника KBA относятся как $5 : 7$. Сумма градусных мер углов треугольника KDC , прилежащих к стороне DC , равна 132° . Найдите разность градусных мер углов KAB и KBA .

- 1) 22°
- 2) 24°
- 3) 12°
- 4) 20°
- 5) 25°

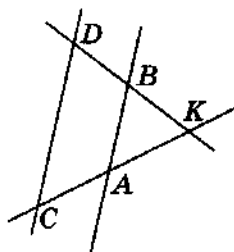


Рис. 5

- ☒ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐

13*. На рисунке 6 прямая AB параллельна прямой CD , а прямая AD параллельна прямой BC . Сумма острых углов четырёхугольника $ABCD$ равна $121^\circ 12'$. Найдите градусную меру каждого из этих острых углов.

- 1) найти невозможно
- 2) $61^\circ 12'$ и 60°
- 3) $60^\circ 36'$ и $60^\circ 36'$
- 4) $50^\circ 56'$ и $50^\circ 16'$
- 5) $60^\circ 6'$ и $61^\circ 6'$

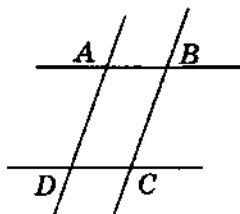


Рис. 6

- ☒ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐

14*. Прямая MK пересекает прямые MT и KP так, что углы RKM и TMK равны. Как могут быть расположены прямые MT и KP ?

- 1) пересекаются
- 2) параллельны
- 3) пересекаются или параллельны
- 4) перпендикулярны
- 5) невозможно определить

15*. Две параллельные прямые a и b пересечены третьей прямой c так, что разность двух односторонних углов, образовавшихся при этом пересечении, равна 55° . Найдите сумму двух тупых накрест лежащих углов, образовавшихся при этом пересечении.

- 1) $117^\circ 30'$
- 2) 245°
- 3) 260°
- 4) верного ответа нет
- 5) 235°

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

16*. Градусная мера угла BAC треугольника ABC равна 160° . Через точку K — середину стороны BC — проведены прямые, параллельные сторонам AB и AC треугольника и пересекающие эти стороны соответственно в точках T и M ($KM \parallel AB$, $KT \parallel AC$). Сколько процентов составляет градусная мера суммы острых углов четырёхугольника $AMKT$ от градусной меры суммы его тупых углов?

- 1) 25%
- 2) 12,5%
- 3) 37,5%
- 4) 50%
- 5) определить невозможно

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

Вариант 2

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

1. Точки A, B, C, P, K и M расположены так, что прямая AB параллельна прямой CK , а прямая CK параллельна прямой MP . Как расположены прямые CK и MP , если точка A — середина отрезка CP ?

- 1) прямые CK и MP пересекаются
- 2) прямые CK и MP совпадают
- 3) взаимное расположение прямых определить невозможно
- 4) прямые CK и MP параллельны или совпадают
- 5) прямые CK и MP параллельны

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

2. На рисунке 1 углы φ и β являются

- 1) смежными
- 2) накрест лежащими
- 3) соответственными
- 4) вертикальными
- 5) односторонними

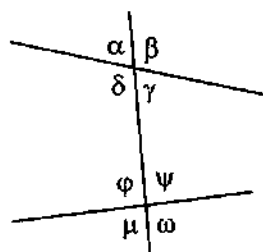


Рис. 1

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

3. На рисунке 1 углы α и δ являются

- 1) смежными
- 2) накрест лежащими
- 3) соответственными
- 4) вертикальными
- 5) односторонними

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

4. На рисунке 1 углы δ и ψ являются

- 1) смежными
- 2) накрест лежащими
- 3) соответственными
- 4) вертикальными
- 5) односторонними

5. На рисунке 1 углы ϕ и ω являются

- 1) смежными
- 2) накрест лежащими
- 3) соответственными
- 4) вертикальными
- 5) односторонними

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

6. На рисунке 1 углы δ и ϕ являются

- 1) смежными
- 2) накрест лежащими
- 3) соответственными
- 4) вертикальными
- 5) односторонними

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

7. Три параллельные прямые пересечены четвёртой прямой. Сумма всех образовавшихся тупых углов с вершинами в точках пересечения равна 630° . Найдите величины каждого из образовавшихся при этом острых углов.

- 1) все по 70°
- 2) все по 65°
- 3) все по 75°
- 4) все по 80°
- 5) определить невозможно

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

8. На рисунке 2 через вершину M треугольника MKN проведена прямая AB , параллельная прямой KH . Запишите в порядке возрастания градусные меры трёх углов треугольника MKN , если градусные меры углов AMK и BMH равны соответственно 46° и 35° .

- 1) верного ответа нет
- 2) $73^\circ, 62^\circ, 45^\circ$
- 3) $35^\circ, 62^\circ, 83^\circ$
- 4) $45^\circ, 62^\circ, 73^\circ$
- 5) $35^\circ, 46^\circ, 99^\circ$

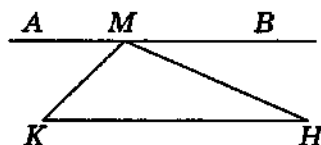


Рис. 2

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

4. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

✓	
1	
2	
3	
4	
5	

9. На рисунке 3 через вершину M треугольника MTK проведена прямая AB , параллельная прямой TK . Запишите в порядке убывания градусные меры трёх углов треугольника MTK , если градусные меры углов BMT и AMK соответственно равны 149° и 118° .

1) $87^\circ, 62^\circ, 31^\circ$

2) $162^\circ, 143^\circ, 5^\circ$

3) $5^\circ, 143^\circ, 162^\circ$

4) $125^\circ, 37^\circ, 18^\circ$

5) такое положение невозможно

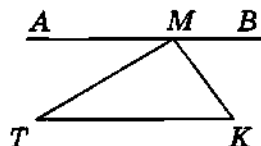


Рис. 3

✓	
1	
2	
3	
4	
5	

10. Прямая MN пересекает параллельные прямые PQ и CD соответственно в точках B и A так, что $\angle MAC = \alpha$ — тупой. Градусную меру угла α сложили с градусными мерами накрест лежащего с ним угла, соответственного ему угла и одностороннего с ним угла. Сумма этих четырёх слагаемых оказалась равной 400° . Найдите градусную меру угла α .

1) 160°

2) 110°

3) 140°

4) 120°

5) определить невозможно

✓	
1	
2	
3	
4	
5	

- 11*. На рисунке 4 прямые MP и BC параллельны, при этом MC — биссектриса угла BMP . Найдите градусную меру угла MCB , если градусная мера угла BMH равна 136° .

1) определить невозможно

2) 26°

3) 24°

4) 25°

5) 22°

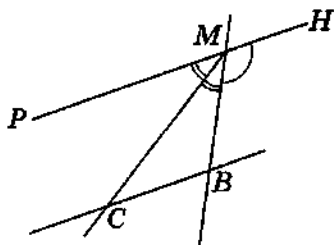


Рис. 4

- 12*. На рисунке 5 прямые MH и PK пересекаются в точке B , а прямые MP и KH параллельны. Градусные меры углов BKH и BHK треугольника BKH относятся как $5 : 2$. Сумма градусных мер углов треугольника BMP , прилежащих к стороне MP , равна 140° . Найдите разность градусных мер углов BKH и BHK .

- 1) 72°
- 2) 64°
- 3) 60°
- 4) 65°
- 5) 50°

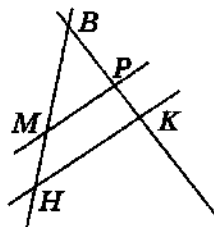


Рис. 5

- 13*. На рисунке 6 прямая AB параллельна прямой CD , а прямая AC не параллельна прямой BD . При этом $\angle ABD + \angle BAC = 260^\circ$. Найдите градусную меру каждого из острых углов четырёхугольника $ABDC$, если градусные меры углов BDC и ACD относятся как $2 : 3$.

- 1) найти невозможно
- 2) 65° и 35°
- 3) 70° и 30°
- 4) 40° и 60°
- 5) 26° и 74°

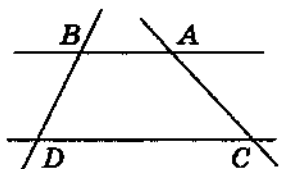


Рис. 6

- 14*. Прямая AC пересекает прямые AB и CD так, что углы CAB и ACD равны. Как могут быть расположены прямые AB и CD ?

- 1) параллельны
- 2) невозможно определить
- 3) пересекаются
- 4) перпендикулярны
- 5) пересекаются или параллельны

4. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

15*. Две параллельные прямые a и b пересечены третьей прямой с так, что разность двух односторонних углов, образовавшихся при этом пересечении, равна 47° . Найдите сумму двух острых накрест лежащих углов, образовавшихся при этом пересечении.

- | | |
|----------------|-----------------------|
| 1) 127° | 4) верного ответа нет |
| 2) 133° | 5) 95° |
| 3) 130° | |

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

16*. Градусная мера угла ABC равна 144° . Через точку M , расположенную внутри угла ABC , проведены прямые, параллельные сторонам BA и BC этого угла и пересекающие эти стороны соответственно в точках P и K ($MP \parallel BC$, $MK \parallel BA$). Сколько процентов составляет градусная мера суммы острых углов четырёхугольника $BKMP$ от градусной меры суммы его тупых углов?

- 1) 25%
- 2) определить невозможно
- 3) 37,5%
- 4) 20%
- 5) 40%

5. СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

Подготовительные задачи

1. Два угла треугольника MHK равны 27° и 63° . Найдите разность градусных мер большего и меньшего углов этого треугольника.

Решение. Пусть известно, что в треугольнике MHK

$$\angle M = 27^\circ, \angle H = 63^\circ.$$

$$\text{Тогда } \angle K = 180^\circ - (\angle M + \angle H) = 180^\circ - (27^\circ + 63^\circ) = 90^\circ.$$

Значит, в треугольнике MHK наибольшим является $\angle K = 90^\circ$, а $\angle M = 27^\circ$ наименьшим.

Поэтому разность градусных мер большего и меньшего углов этого треугольника равна: $90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$.

Ответ: 63°

2. Прямые BC и AN пересекаются в точке K (рис. 1). Сумма градусных мер углов BAK , ABK , HCK и CHK равна 238° . Найдите градусную меру угла AKB .

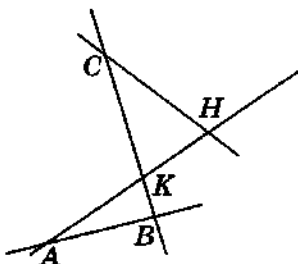


Рис. 1

Решение. По условию задачи имеем:

$$\angle BAK + \angle ABK + \angle HCK + \angle CHK = 238^\circ.$$

Так как сумма внутренних углов любого треугольника равна 180° , то имеем: в $\triangle ABK$ $\angle BAK + \angle ABK + \angle AKB = 180^\circ$;

$$\text{в } \triangle CHK \quad \angle HCK + \angle CHK + \angle CKH = 180^\circ.$$

$$\begin{aligned} \text{Значит, } \angle BAK + \angle ABK + \angle AKB + \angle HCK + \angle CHK + \angle CKH = \\ = (\angle BAK + \angle ABK + \angle HCK + \angle CHK) + (\angle AKB + \angle CKH) = 360^\circ \end{aligned}$$

5. СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

или $238^\circ + (\angle AKB + \angle SKH) = 360^\circ$,

откуда $\angle AKB + \angle SKH = 360^\circ - 238^\circ = 122^\circ$.

Учитывая, что $\angle AKB = \angle SKH$ (как вертикальные), получаем:

$$2\angle AKB = 122^\circ \Rightarrow \angle AKB = 61^\circ.$$

Ответ: 61° .

3. В равнобедренном треугольнике градусная мера одного из углов на 30° больше градусной меры другого угла. Найдите сумму градусных мер двух равных углов этого треугольника.

Решение. Пусть x — градусная мера меньшего угла в данном равнобедренном треугольнике. Возможны два случая.

1) Меньшим в данном равнобедренном треугольнике является угол при его основании. Тогда градусная мера угла при вершине этого равнобедренного треугольника равна $x + 30^\circ$.

Так как в равнобедренном треугольнике углы при основании равны, а сумма градусных мер всех трёх его углов равна 180° , то получаем:

$$x + x + (x + 30^\circ) = 180^\circ \Rightarrow x = 50^\circ.$$

Значит, сумма равных углов данного треугольника равна 100° .

2) Меньшим в данном равнобедренном треугольнике является угол при его вершине. Тогда $(x + 30^\circ)$ — градусная мера угла при его основании, поэтому получаем:

$$x + (x + 30^\circ) + (x + 30^\circ) = 180^\circ \Rightarrow x = 40^\circ.$$

Значит, сумма равных углов данного треугольника равна 80° .

Ответ: 100° или 80° .

4. В равнобедренном треугольнике градусная мера одного из углов на 96° меньше градусной меры другого угла. Найдите градусную меру одного из двух равных углов этого треугольника.

Решение. Пусть x — градусная мера большего угла в данном равнобедренном треугольнике, тогда $(x - 96^\circ)$ — градусная мера его меньшего угла. Так как в треугольнике тупым может быть только один угол (почему?), то в данном равнобедренном треугольнике имеем:

$$x + (x - 96^\circ) + (x - 96^\circ) = 180^\circ \Rightarrow x = 124^\circ.$$

Тогда углы при основании этого треугольника равны и составляют 28° ($124^\circ - 96^\circ = 28^\circ$).

Ответ: 28° .

- 5*. Градусные меры трёх внешних углов треугольника, взятых по одному у каждой вершины, являются тремя последовательными чётными числами. Найдите градусную меру большего внутреннего угла этого треугольника.

Решение. Пусть x — градусная мера большего из данных трёх данных углов. Тогда $(x - 2^\circ)$, $(x - 4^\circ)$ — градусные меры двух других внешних его углов.

Каждая вершина треугольника является общей вершиной двух смежных углов: внутреннего угла треугольника и его внешнего угла при той же вершине. Мы знаем, что сумма двух смежных углов равна 180° и сумма всех внутренних углов треугольника равна 180° .

Сумма трёх смежных углов данного треугольника, каждый из которых образован внутренним углом треугольника и смежным с ним внешним углом, равна 540° . Получаем: число 540° является суммой всех внутренних углов треугольника и суммой всех его внешних углов, взятых по одному у каждой вершины. Но сумма всех внутренних углов треугольника равна 180° , значит, сумма всех его внешних углов, взятых по одному у каждой вершины, равна 360° . Поэтому получаем:

$x + (x - 2^\circ) + (x - 4^\circ) = 360^\circ \Rightarrow x = 122^\circ$ — градусная мера большего внешнего угла.

Тогда $122^\circ - 4^\circ = 118^\circ$ — градусная мера меньшего внешнего угла, поэтому градусная мера большего внутреннего угла данного треугольника равна $180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$.

Ответ: 62° .

- 6*. Градусные меры углов A и B треугольника ABC относятся как $36 : 29$. Найдите градусную меру угла C , если известно, что градусные меры всех углов треугольника выражаются целыми числами градусов.

5. СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

Решение. Пусть градусные меры углов A , B и C находятся в отношении $36 : 29 : x$, то есть их градусные меры равны соответственно $36 \cdot k$, $29 \cdot k$, $x \cdot k$, где k — натуральное число (36 и 29 — взаимно просты). Тогда имеем:

$$36 \cdot k + 29 \cdot k + x \cdot k = 180 \Rightarrow k = \frac{180}{36 + 29 + x}.$$

Так как $36 + 29 + x > 60$ и k — натуральное число, то либо $36 + 29 + x = 90$, либо $36 + 29 + x = 180$.

Если $36 + 29 + x = 90$, то $x = 25$, $k = 2$, $\angle C = 50^\circ$.

Если $36 + 29 + x = 180$, то $x = 115$, $k = 1$, $\angle C = 115^\circ$.

Ответ: 50° или 115° .

- 7*. Градусные меры внешних углов треугольника MPH , взятых по одному при вершинах M , P и H , относятся соответственно как $3 : 10 : 11$. Найдите отношение градусных мер внутренних углов треугольника с вершинами M , P и H .

Решение. Из условия следует, что градусные меры внешних углов треугольника MPH , взятых по одному при вершинах M , P и H , равны соответственно $3 \cdot k$, $10 \cdot k$, $11 \cdot k$.

Так как сумма внешних углов треугольника, взятых по одному при его вершинах, равна 360° (см. задачу 5), то получаем:

$$3 \cdot k + 10 \cdot k + 11 \cdot k = 360^\circ \Rightarrow k = 15.$$

Это означает, что внешние углы треугольника MPH при вершинах M , P , H равны соответственно 45° , 150° , 165° . Тогда внутренние углы данного треугольника при вершинах M , P , H равны соответственно

$135^\circ = 180^\circ - 45^\circ$, $30^\circ = 180^\circ - 150^\circ$, $15^\circ = 180^\circ - 165^\circ$, а их градусные меры относятся как $9 : 2 : 1$.

Ответ: $9 : 2 : 1$.

5. СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

- ☒ 4. Градусные меры углов треугольника относятся как 2 : 3 : 7. Найдите градусную меру меньшего из углов этого треугольника.

 - 1) 10°
 - 2) 20°
 - 3) 30°
 - 4) 40°
 - 5) 50°

☒ 5. В равнобедренном треугольнике градусная мера одного из углов на 36° больше градусной меры другого угла. Найдите сумму градусных мер двух равных углов этого треугольника.

 - 1) 96°
 - 2) 144°
 - 3) 96° или 144°
 - 4) 191°
 - 5) определить невозможно

☒ 6. В равнобедренном треугольнике градусная мера одного из углов на 96° меньше градусной меры другого угла. Найдите градусную меру одного из двух равных углов этого треугольника.

 - 1) 28°
 - 2) 28° или 12°
 - 3) 12°
 - 4) 97°
 - 5) верного ответа нет

☒ 7*. Градусные меры трёх внутренних углов треугольника являются тремя последовательными чётными числами. Найдите градусную меру большего внешнего угла этого треугольника.

 - 1) 132°
 - 2) 142°
 - 3) 122°
 - 4) 120°
 - 5) нет верного ответа

8. В треугольнике ABC сумма длин сторон BC и AC равна 4 см, а градусные меры углов A и B равны 60° . Найдите периметр этого треугольника.

- 1) 12 см
2) 6 см
3) 8 см
4) 5 см
5) определить невозможно

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

9. Градусная мера одного из острых углов прямоугольного треугольника составляет 50% градусной меры другого острого угла этого треугольника. Найдите градусную меру меньшего острого угла данного треугольника.

- 1) 30°
2) 40°
3) 50°
4) 60°
5) определить невозможно

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

10. В треугольниках ABC и TPK градусные меры углов ABC и PTK равны соответственно 46° и 124° . Найдите градусную меру угла PKT , если $AB = PT$, $BC = PK$ и $AC = TK$.

- 1) 46°
2) 124°
3) 10°
4) 30°
5) нет верного ответа

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

11. Окружность с центром A проходит через вершины треугольника ABC , при этом градусная мера угла BAC равна 82° . Найдите градусную меру угла BCA .

- 1) 82°
2) 49°
3) 16°
4) 98°
5) 82° или 49°

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

5. СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

- ☒ 12*
☐ 1
☐ 2
☐ 3
☐ 4
☐ 5

12*. Все вершины треугольника ABC лежат на окружности с центром O так, что отрезок BC является диаметром этой окружности (рис. 2). Найдите градусную меру угла BAC , если градусная мера угла AOB равна $47^\circ 40'$.

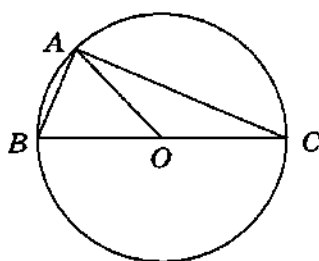


Рис. 2

- 1) определить невозможно
- 2) $60^\circ 20'$
- 3) $45^\circ 40'$
- 4) 90°
- 5) 135°

- ☒ 13*
☐ 1
☐ 2
☐ 3
☐ 4
☐ 5

13*. Градусные меры углов A и B треугольника ABC относятся как $37 : 62$. Найдите градусную меру угла C , если известно, что градусные меры всех углов треугольника выражаются целыми числами градусов.

- 1) определить невозможно
- 2) любое целое число градусов от 1° до 179°
- 3) 81°
- 4) 90°
- 5) 16° или 61°

- ☒ 14*
☐ 1
☐ 2
☐ 3
☐ 4
☐ 5

14*. Градусные меры углов треугольника относятся как $7 : 11 : a$. Сколько существует таких значений a , при которых данный треугольник является равнобедренным?

- | | |
|--------------|---------------------|
| 1) ни одного | 4) одно |
| 2) два | 5) бесконечно много |
| 3) три | |

15*. Градусные меры углов треугольника относятся как $2 : 3 : a$.
Сколько существует таких значений a , при которых данный треугольник является прямоугольным?

- 1) ни одного
- 2) одно
- 3) два
- 4) три
- 5) бесконечно много

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

16*. Градусные меры внешних углов треугольника ABC , взятых по одному при вершинах A , B и C , относятся соответственно как $3 : 4 : 5$. Найдите отношение градусных мер внутренних углов треугольника с вершинами A , B и C .

- 1) $5 : 4 : 3$
- 2) $4 : 3 : 2$
- 3) определить невозможно
- 4) $1 : 2 : 3$
- 5) $3 : 2 : 1$

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

Вариант 2

- ☒ 1. Два угла треугольника AKM равны 22° и 28° . Найдите разность градусных мер большего и меньшего углов этого треугольника.
- 1) 100° 4) 108°
2) верного ответа нет 5) 110°
3) 130°

-  ☒ 2. Прямые BH и AK пересекаются в точке C (рис. 1). Сумма градусных мер углов CBA , CAB , CHK и CKH равна 190° .
Найдите градусную меру угла KCH .

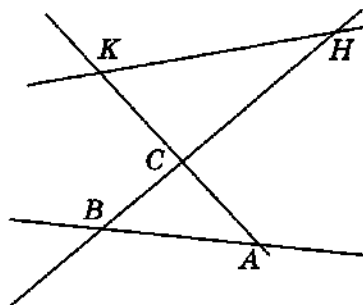


Рис. 1

- 1) 95°
2) 85°
3) 70° или 30°

3. В треугольнике ABC градусная мера угла C равна 144° . Сколько процентов составляет сумма градусных мер двух меньших углов треугольника ABC от градусной меры большего угла этого треугольника?
- 1) определить невозможно
2) 30%
3) 42%
4) 40%
5) 25%

4. Градусные меры углов треугольника относятся как 3 : 5 : 7. Найдите градусную меру большего из углов этого треугольника.

- 1) 84° 4) 75°
2) 90° 5) 64°
3) 70°

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

5. В равнобедренном треугольнике градусная мера одного из углов на 51° больше градусной меры другого угла. Найдите сумму градусных мер двух равных углов этого треугольника.

- 1) 106° 4) 191°
2) 134° 5) определить невозможно
3) 86° или 154°

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

6. В равнобедренном треугольнике градусная мера одного из углов на 78° меньше градусной меры другого угла. Найдите градусную меру одного из двух равных углов этого треугольника.

- 1) 68° или 72°
2) 34° или 86°
3) верного ответа нет
4) 58°
5) 85°

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

- 7*. В треугольнике MHK градусная мера угла K на 30° меньше градусной меры угла H , а градусная мера угла M равна полусумме градусных мер углов H и K . Найдите градусную меру меньшего внешнего угла треугольника MHK .

- 1) нет верного ответа 4) 130°
2) 120° 5) 115°
3) 105°

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

5. СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

- ☒ 8. В треугольнике HPK сумма длин сторон HP и PK равна 24 см, а градусные меры углов H и K равны 60° . Найдите периметр этого треугольника.
- | | | | |
|---|--------------------------|----------|--------------------------|
| 1 | ☐ | 1) 32 см | 4) 35 см |
| 2 | ☐ | 2) 36 см | 5) определить невозможно |
| 3 | ☐ | 3) 38 см | |
| 4 | ☐ | | |
| 5 | ☐ | | |
- ☒ 9. Градусная мера одного из острых углов прямоугольного треугольника составляет 25% градусной меры другого острого угла этого треугольника. Найдите градусную меру меньшего острого угла данного треугольника.
- | | | |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1 | ☐ | 1) определить невозможно |
| 2 | ☐ | 2) 24° |
| 3 | ☐ | 3) 20° |
| 4 | ☐ | 4) 19° |
| 5 | ☐ | 5) 18° |
- ☒ 10. В треугольниках ABC и MKP градусные меры углов CAB и PKM равны соответственно 45° и 32° . Найдите градусную меру угла MPK , если $AB = MK$, $BC = PK$ и $AC = MP$.
- | | | | |
|---|--------------------------|----------------|-----------------------|
| 1 | ☐ | 1) 95° | 4) 120° |
| 2 | ☐ | 2) 125° | 5) нет верного ответа |
| 3 | ☐ | 3) 103° | |
| 4 | ☐ | | |
| 5 | ☐ | | |
- ☒ 11. Окружность с центром C проходит через вершины треугольника ABC , при этом градусная мера угла BAC равна 33° . Найдите градусную меру угла MCB , если CM — медиана треугольника ABC .
- | | | |
|---|--------------------------|------------------------------|
| 1 | ☐ | 1) 52° |
| 2 | ☐ | 2) 78° |
| 3 | ☐ | 3) 56° |
| 4 | ☐ | 4) 57° |
| 5 | ☐ | 5) 52° или 59° |

- 12*. Все вершины треугольника ABC лежат на окружности с центром K так, что отрезок AB является диаметром этой окружности (рис. 2). Найдите градусную меру угла ACB , если градусная мера угла AKC равна $130^\circ 40'$.

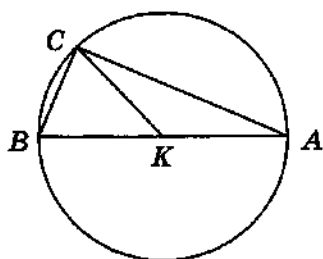


Рис.2

- 1) определить невозможно
2) $70^\circ 20'$
3) $55^\circ 40'$
4) 90°
5) $35^\circ 30'$
- 13*. Градусные меры углов A и B треугольника ABC относятся как $31 : 29$. Найдите градусную меру угла C , если известно, что градусные меры всех углов треугольника выражаются целыми числами градусов.

- 1) 60° или 120°
2) любое целое число градусов от 61° до 119°
3) определить невозможно
4) 59°
5) 61° или 149°
- 14*. Градусные меры углов треугольника относятся как $4 : 9 : a$. Сколько существует таких значений a , при которых данный треугольник является равнобедренным?

- 1) одно
2) ни одного
3) три
4) два
5) бесконечно много

5. СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

☒ 15*

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

Градусные меры углов треугольника относятся как $1 : 8 : a$.

Сколько существует таких значений a , при которых данный треугольник является прямоугольным?

- 1) ни одного
- 2) одно
- 3) два
- 4) три
- 5) бесконечно много

☒ 16*

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

Градусные меры внешних углов треугольника MHK , взятых по одному при вершинах M , H и K , относятся соответственно как $7 : 8 : 9$. Найдите отношение градусных мер внутренних углов треугольника с вершинами M , H и K .

- 1) $5 : 4 : 3$
- 2) $4 : 3 : 2$
- 3) определить невозможно
- 4) $1 : 2 : 3$
- 5) $3 : 2 : 1$

6. ВЫСОТЫ, МЕДИАНЫ, БИССЕКТРИСЫ ТРЕУГОЛЬНИКА. НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА

Подготовительные задачи

1. Длины двух сторон треугольника равны 4 и 12. Сколько различных целых значений может принимать длина третьей стороны этого треугольника?

Решение. Длина каждой стороны треугольника больше разности длин двух других его сторон, но меньше их суммы. Это означает, что длина третьей стороны данного треугольника может принимать целые значения, большие $8 = 12 - 4$ и меньшие $16 = 12 + 4$. Таких значений 7.

Ответ: 7.

2. Высоты AA_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке H (рис. 1). Градусные меры углов A_1AC и C_1CA равны соответственно 47° и 33° . Найдите градусную меру углов: а) ABC ; б) A_1HC ; в) A_1HC_1 .

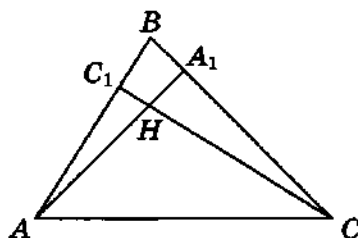


Рис. 1

Решение. Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° . Поэтому в прямоугольном (почему?) $\triangle CAC_1$ имеем:

$$\angle C_1AC = 90^\circ - \angle C_1CA = 90^\circ - 33^\circ = 57^\circ.$$

- а) $\triangle ABC$: $\angle A_1AB = \angle BAC - \angle A_1AC = 57^\circ - 47^\circ = 10^\circ$. А так как $\triangle AA_1B$ — прямоугольный (почему?), то в этом треугольнике:
 $\angle ABA_1 = 90^\circ - \angle A_1AB = 90^\circ - 10^\circ = 80^\circ = \angle ABC$.

6. ВЫСОТЫ, МЕДИАНЫ, БИССЕКТРИСЫ ТРЕУГОЛЬНИКА...

- б) В прямоугольном (почему?) $\triangle BCC_1$: $\angle C_1BC = 80^\circ$, значит, в этом треугольнике: $\angle BCC_1 = 90^\circ - \angle C_1BC = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$. А так как $\triangle A_1CH$ — прямоугольный (почему?), то в этом треугольнике: $\angle A_1HC = 90^\circ - \angle A_1CH = 90^\circ - 10^\circ = 80^\circ$.
- в) $\angle A_1HC$ и $\angle A_1HC_1$ — смежные, поэтому $\angle A_1HC_1 = 180^\circ - \angle A_1HC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ (по свойству смежных углов).

Ответ: 80° ; 80° ; 100° .

- 3*. В равнобедренном треугольнике $МКР$ ($РМ = РК$, $\angle МРК = 82^\circ$) найдите градусную меру тупого угла, образованного серединными перпендикулярами равных сторон треугольника.

Решение. Пусть точки A и B — середины равных сторон $РК$ и $РМ$ равнобедренного $\triangle МКР$, C — точка пересечения серединных перпендикуляров сторон $РМ$ и $РК$. Получаем: $\triangle PAC$ и $\triangle PBC$ равны (почему?) $\Rightarrow AC = BC$. Тогда $\angle APC = \angle BPC$ (в равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы), значит, PC — биссектриса $\angle МРК$. Это означает, что

$$\angle APC = \angle BPC = \frac{1}{2} \angle МРК = 41^\circ,$$

откуда $\angle ACP = \angle BCP = 90^\circ - 41^\circ = 49^\circ$.

Поэтому $\angle ACB = 98^\circ$.

Ответ: 98° .

- 4*. Градусная мера острого угла между прямыми, содержащими высоты AA_1 и KK_1 треугольника ABK , равна 43° . Сколько различных значений может принимать градусная мера угла ABK ?

Решение. Обозначим $H = AA_1 \cap KK_1$. Возможны два случая.

- 1) $\triangle ABK$ — остроугольный.

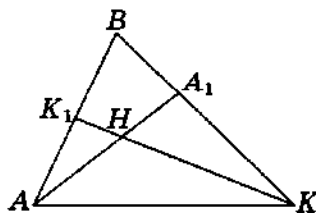


Рис. 2

Тогда точка H расположена внутри треугольника ABK (рис. 2), при этом:

$$\begin{aligned}\angle A_1HK = 43^\circ \text{ (по условию)} &\Rightarrow \angle A_1KH = 90^\circ - 43^\circ = 47^\circ \Rightarrow \\ &\Rightarrow \angle K_1BK = 90^\circ - 47^\circ = 43^\circ.\end{aligned}$$

Таким образом, $\angle ABK = \angle K_1BK = 43^\circ$.

2) $\triangle ABK$ — тупоугольный.

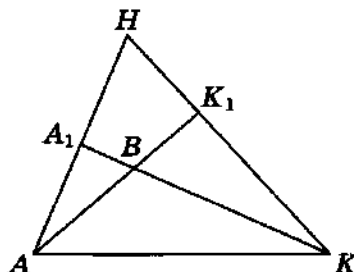


Рис. 3

Тогда точка H расположена вне треугольника ABK (рис. 3), при этом:

$$\begin{aligned}\angle ANK = 43^\circ \text{ (по условию)} &\Rightarrow \angle A_1KH = 90^\circ - 43^\circ = 47^\circ \Rightarrow \\ \angle K_1BK = 90^\circ - 47^\circ = 43^\circ &\Rightarrow \angle ABK = 180^\circ - 43^\circ = 137^\circ.\end{aligned}$$

Ответ: два.

5*. Градусные меры углов A , B и C треугольника ABC равны соответственно 72° , 72° и 36° . Сумма длин биссектрисы AK и стороны AB равна 18 см. Найдите длину отрезка CK .

Решение. AK — биссектриса $\angle BAC \Rightarrow \angle BAK = \angle CAK = 36^\circ$.

Это означает:

- а) $\angle CAK = \angle ACK = 36^\circ \Rightarrow \triangle CAK$ — равнобедренный, откуда $AK = CK$;
- б) $\triangle BAK$: $\angle AKB = 180^\circ - (\angle ABK + \angle BAK) = 180^\circ - (72^\circ + 36^\circ) = 72^\circ$, значит, $\triangle BAK$ — равнобедренный, откуда $AK = AB$.

Таким образом, имеем: $AK + AB = 18$, $AK = AB \Rightarrow AK = AB = 9$.

А так как $AK = CK$, то $CK = 9$.

Ответ: 9.

TECT 6

Вариант 1

- ☒ 1. Длины двух сторон треугольника равны 5 и 11. Сколько различных целых значений может принимать длина третьей стороны этого треугольника?

1) 16 4) 10
2) 9 5) бесконечно много
3) 6

☒ 2. Длины двух сторон равнобедренного треугольника равны 3 и 5. Найдите все возможные значения периметра этого треугольника.

1) 11 4) любое целое число, большее 9
2) 13 5) 16
3) 11 или 13

☒ 3*. Длины двух сторон равнобедренного треугольника равны 2 и 7. Найдите все возможные значения периметра этого треугольника.

1) 11 4) любое целое число, большее 9
2) 16 5) 14
3) 11 или 16

☒ 4. Градусные меры углов A и B треугольника ABC (рис. 1) равны соответственно 27° и 48° . Найдите абсолютную величину разности градусных мер углов BCH и ACH , если CH — высота этого треугольника.

1) 21°
2) 15°
3) 0°
4) 20°
5) определить невозможно

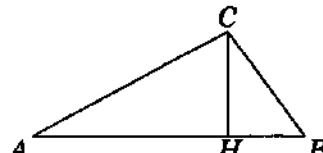


Рис. 1

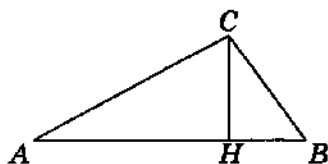


Рис. 1

5. MM_1 и KK_1 — высоты треугольника $МКР$ (рис. 2). Градусные меры углов M_1MK и K_1KM равны соответственно 37° и 33° . Найдите градусную меру угла MPK .

- 1) 80°
- 2) 105°
- 3) 70°
- 4) 143°
- 5) другой ответ

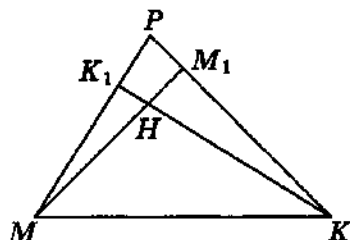


Рис. 2

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

6. Градусные меры углов A и B треугольника ABC равны соответственно 26° и 58° ; CL — биссектриса этого треугольника. Найдите градусную меру большего из смежных углов с вершиной L .

- 1) определить невозможно
- 2) 84°
- 3) 116°
- 4) 106°
- 5) 96°

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

7. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle ACB = 90^\circ$) градусная мера угла A равна 44° (рис. 3). Найдите градусную меру острого угла, который образован прямыми, содержащими биссектрисы углов B и C данного треугольника.

- 1) 78°
- 2) 58°
- 3) определить невозможно
- 4) 68°
- 5) 65°

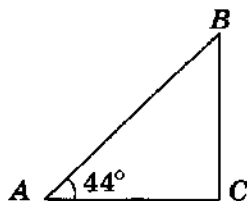


Рис. 3

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

6. ВЫСОТЫ, МЕДИАНЫ, БИССЕКТРИСЫ ТРЕУГОЛЬНИКА...

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

8. В прямоугольном треугольнике ABC (рис. 3, $\angle A = 44^\circ$) найдите градусную меру тупого угла, который образован прямыми, содержащими биссектрису угла A и высоту, опущенную на гипотенузу.

- 1) 110°
- 2) 112°
- 3) 120°
- 4) 135°
- 5) верного ответа нет

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

9. В прямоугольном треугольнике ABC (рис. 3, $\angle A = 44^\circ$) найдите градусную меру острого угла, который образован срединным перпендикуляром отрезка BC и прямой, содержащей биссектрису угла A .

- 1) 68°
- 2) 44°
- 3) 46°
- 4) 45°
- 5) 22°

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

10. В равнобедренном треугольнике MKP (рис. 4) $MK = MP$, $\angle KMP = 8^\circ$. Найдите градусную меру острого угла, который образован биссектрисами углов MKP и MPK .

- 1) 46°
- 2) 66°
- 3) 56°
- 4) 78°
- 5) определить невозможно

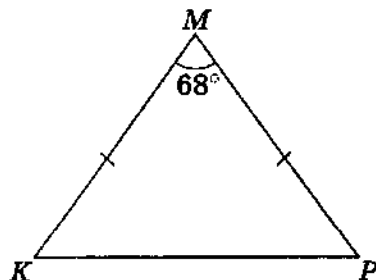


Рис. 4

6. ВЫСОТЫ, МЕДИАНЫ, БИСSEКТРИСЫ ТРЕУГОЛЬНИКА...

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

15*. Градусные меры углов A , B и C треугольника ABC равны соответственно 72° , 72° и 36° . Сумма длин биссектрисы AK и отрезка KC равна 8 см. Найдите длину стороны AB .

- 1) 6
- 2) 5
- 3) 4
- 4) 8
- 5) определить невозможно

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

16*. Сколько существует не равных друг другу треугольников с периметром, равным 10, если длины сторон этих треугольников выражаются целыми числами?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4
- 5) 5

Вариант 2

1. Длины двух сторон треугольника равны 4 и 7. Сколько различных целых значений может принимать длина третьей стороны этого треугольника?

- 1) 11
2) 9
3) 6
4) 7
5) бесконечно много

☒
1
2
3
4
5

2. Длины двух сторон равнобедренного треугольника равны 5 и 7. Найдите все возможные значения периметра этого треугольника.

- 1) 17 или 19
2) 16
3) 14
4) любое целое число, большее 9
5) 15

☒
1
2
3
4
5

- 3*. Длины двух сторон равнобедренного треугольника равны 5 и 11. Найдите все возможные значения периметра этого треугольника.

- 1) 19
2) 10 или 16
3) 27
4) любое целое число, большее 9
5) 21

☒
1
2
3
4
5

4. Градусные меры углов P и M треугольника PKM (рис. 1) равны соответственно 48° и 42° . Найдите абсолютную величину разности градусных мер углов PKH и MKH , если KH — высота этого треугольника.

- 1) определить невозможно
2) 15°
3) 6°
4) 18°
5) 9°

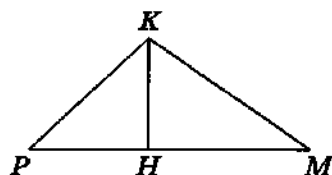


Рис. 1

☒
1
2
3
4
5

6. ВЫСОТЫ, МЕДИАНЫ, БИССЕКТРИСЫ ТРЕУГОЛЬНИКА...



1 ☐

2 ☐

3 ☐

4 ☐

5 ☐

5. MM_1 и PP_1 — высоты треугольника MKP (рис. 2). Градусные меры углов M_1MP и P_1PM равны соответственно 57° и 63° . Найдите градусную меру угла MKP .

- 1) 110°
- 2) 135°
- 3) другой ответ
- 4) 115°
- 5) 120°

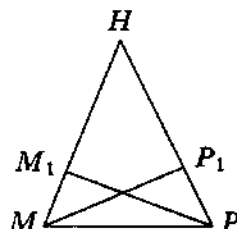


Рис. 2



1 ☐

2 ☐

3 ☐

4 ☐

5 ☐

6. Градусные меры углов P и K треугольника MPK равны соответственно 110° и 30° ; MH — биссектриса этого треугольника. Найдите градусную меру большего из смежных углов с вершиной H .

- 1) 130°
- 2) 100°
- 3) 110°
- 4) определить невозможно
- 5) 80°



1 ☐

2 ☐

3 ☐

4 ☐

5 ☐

7. В прямоугольном треугольнике ABC градусная мера угла A равна 54° (рис. 3). Найдите градусную меру острого угла, который образован прямыми, содержащими биссектрисы углов B и C данного треугольника.

- 1) 68°
- 2) 63°
- 3) определить невозможно
- 4) 58°
- 5) 53°

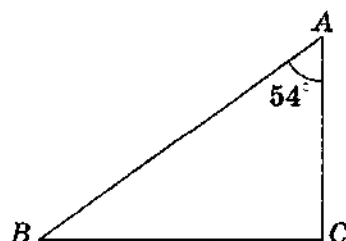


Рис. 3

8. В прямоугольном треугольнике ABC (рис. 3, $\angle A = 54^\circ$) найдите градусную меру тупого угла, который образован прямыми, содержащими биссектрису угла A и высоту, опущенную на гипотенузу.

- 1) 110° 4) 135°
2) 120° 5) верного ответа нет
3) 117°

9. В прямоугольном треугольнике ABC (рис. 3, $\angle A = 54^\circ$) найдите градусную меру острого угла, который образован серединным перпендикуляром к отрезку BC и прямой, содержащей биссектрису угла A .

- 1) 42° 4) 27°
2) 37° 5) 45°
3) 36°

10. В равнобедренном треугольнике ABC (рис. 4) $AC = BC$, $\angle ACB = 62^\circ$. Найдите градусную меру острого угла, который образован биссектрисами углов CAB и CBA .

- 1) 46°
2) 69°
3) 59°
4) 74°
5) определить невозможно

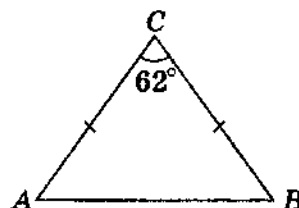


Рис. 4

11. В равнобедренном треугольнике ABC (рис. 4, $AC = BC$, $\angle ACB = 62^\circ$) найдите градусную меру тупого угла, который образован прямыми, содержащими биссектрису угла ACB и высоту, опущенную из вершины A .

- 1) 129° 4) 121°
2) 131° 5) 120°
3) верного ответа нет

6. ВЫСОТЫ, МЕДИАНЫ, БИСSEКТРИСЫ ТРЕУГОЛЬНИКА...

12. В равнобедренном треугольнике ABC (рис. 4, $AC = BC$, $\angle ACB = 62^\circ$) найдите градусную меру острого угла, который образован прямыми, содержащими биссектрису угла CAB и медиану, проведенную к стороне AB .
- 1) $52,5^\circ$ 4) 58°
 2) $60,5^\circ$ 5) определить невозможно
 3) 62°
- 13*. В равнобедренном треугольнике ABC (рис. 4, $AC = BC$, $\angle ACB = 62^\circ$) найдите градусную меру тупого угла, образованного серединными перпендикулярами к равным сторонам треугольника.
- 1) 128°
 2) эти прямые образуют четыре прямых угла
 3) 122°
 4) 120°
 5) 118°
- 14*. Градусная мера острого угла между прямыми, содержащими высоты MM_1 и KK_1 треугольника MKP , равна 42° . Сколько различных значений может принимать градусная мера угла MPK ?
- 1) 1 4) 2
 2) 4 5) бесконечно много значений
 3) 3
- 15*. Градусные меры углов A , B и C треугольника ABC равны соответственно 72° , 72° и 36° . Сумма длин биссектрис AK и BM равна 38 см. Найдите сумму длин отрезков MC и CK .
- 1) 38 4) 8
 2) 5 5) определить невозможно
 3) 6

16*. Сколько существует не равных друг другу треугольников с периметром, равным 7, если длины сторон этих треугольников выражаются целыми числами?

- 1) 1
- 2) 4
- 3) 3
- 4) 2
- 5) 5

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

10. Медиана любого треугольника проходит через его вершину и середину одной из сторон.

1) верно 2) неверно
11. Если два угла треугольника равны, то этот треугольник равнобедренный.

1) верно 2) неверно
12. В равнобедренном треугольнике все углы равны и каждый составляет 60° .

1) верно 2) неверно
13. Если угол между медианой AK и биссектрисой AM треугольника ABC равен 7° , то углы ABC и ACB не равны между собой.

1) верно 2) неверно
14. Если угол между медианой AK и биссектрисой AM треугольника ABC равен 7° , то $\triangle ABC$ не может быть равнобедренным.

1) верно 2) неверно
15. Если два равнобедренных треугольника имеют общую сторону, то они равны между собой.

1) верно 2) неверно
16. Если два равнобедренных треугольника имеют общую сторону и общий угол, то они равны между собой.

1) верно 2) неверно
17. Любой равносторонний треугольник является равнобедренным.

1) верно 2) неверно
18. Любой равнобедренный треугольник является равносторонним.

1) верно 2) неверно

19. Если один из двух углов равнобедренного треугольника равен 32° , то и второй равен 32° .

1) верно 2) неверно
20. Если угол A равнобедренного треугольника ABC равен 30° , то $AB = BC$.

1) верно 2) неверно
21. Если угол A равнобедренного треугольника ABC равен 130° , то $AB = BC$.

1) верно 2) неверно
22. Если отрезок, соединяющий вершину M треугольника MNK с серединой стороны NK , является биссектрисой этого треугольника, то $MN = MK$.

1) верно 2) неверно
23. Если две стороны одного равнобедренного треугольника соответственно равны двум сторонам другого равнобедренного треугольника, то эти треугольники равны между собой.

1) верно 2) неверно
24. Если две неравные между собой стороны одного равнобедренного треугольника соответственно равны двум сторонам другого равнобедренного треугольника, то эти треугольники равны между собой.

1) верно 2) неверно
25. Если M — точка пересечения биссектрис BB_1 и CC_1 треугольника ABC , то $\triangle BMC$ — тупоугольный.

1) верно 2) неверно
26. Если прямые a и b параллельны прямой c , то прямые a и b параллельны между собой.

1) верно 2) неверно

- 27.** Если прямые a и b пересекаются с прямой c , то прямые a и b не параллельны между собой.
- 1) верно 2) неверно
- 28.** Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то и третьи углы этих треугольников равны между собой.
- 1) верно 2) неверно
- 29.** Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то и третьи стороны этих треугольников равны между собой.
- 1) верно 2) неверно
- 30.** Если два угла треугольника равны соответственно 70° и 40° , то этот треугольник равнобедренный.
- 1) верно 2) неверно
- 31.** Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника и у каждого из этих треугольников есть сторона, равная 8 см, то такие треугольники равны между собой.
- 1) верно 2) неверно
- 32.** Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника и периметр каждого из этих треугольников 80 см, то такие треугольники равны между собой.
- 1) верно 2) неверно
- 33.** Медианы равных треугольников, проведенные к равным сторонам, равны между собой.
- 1) верно 2) неверно
- 34.** Биссектрисы равных углов равных треугольников параллельны.
- 1) верно 2) неверно

35. Если сумма двух углов треугольника равна его третьему углу, то этот треугольник — прямоугольный.
- 1) верно 2) неверно
36. Если сумма двух углов треугольника меньше его третьего угла, то этот треугольник — тупоугольный.
- 1) верно 2) неверно
37. Если сумма двух углов треугольника больше его третьего угла, то этот треугольник — остроугольный.
- 1) верно 2) неверно
38. Если длина медианы треугольника равна длине его биссектрисы, то этот треугольник — равнобедренный.
- 1) верно 2) неверно
39. Если медиана треугольника является его биссектрисой, то этот треугольник — равнобедренный.
- 1) верно 2) неверно
40. Если одна из вершин треугольника совпадает с центром окружности, а две другие его вершины лежат на этой окружности, то этот треугольник — равнобедренный.
- 1) верно 2) неверно
41. Через две различные точки всегда можно провести окружность.
- 1) верно 2) неверно
42. Через две различные точки всегда можно провести окружность, и притом только одну.
- 1) верно 2) неверно
43. Через две различные точки всегда можно провести окружность данного радиуса.
- 1) верно 2) неверно

52. Если при пересечении двух данных прямых третьей прямой односторонние углы равны, то данные прямые параллельны.
1) верно 2) неверно
53. Если при пересечении двух данных прямых третьей прямой накрест лежащие углы не равны, то данные прямые не параллельны.
1) верно 2) неверно
54. Если при пересечении двух данных прямых третьей прямой соответственные углы не равны, то данные прямые не параллельны.
1) верно 2) неверно
55. Если при пересечении двух данных прямых третьей прямой односторонние углы не равны, то данные прямые не параллельны.
1) верно 2) неверно
56. Если при пересечении двух данных прямых третьей прямой сумма накрест лежащих углов равна 180° , то данные прямые параллельны.
1) верно 2) неверно
57. Если при пересечении двух данных прямых третьей прямой сумма соответственных углов равна 180° , то данные прямые параллельны.
1) верно 2) неверно
58. Если при пересечении двух данных прямых третьей прямой сумма соответственных углов равна 180° , то данные прямые параллельны.
1) верно 2) неверно
59. Если прямая, параллельная одной из сторон данного треугольника, пересекает две другие его стороны, то три угла образовавшегося треугольника соответственно равны трём углам данного треугольника.
1) верно 2) неверно
60. Если три стороны одного треугольника соответственно параллельны трём сторонам другого треугольника, то эти треугольники равны между собой.
1) верно 2) неверно

ОТВЕТЫ

Тест 1

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	4	5	2	2	1	4	3	4	3	3	2	1	3	4

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5	1	3	1	5	4	5	2	5	3	4	2	3	5	4	3

Тест 2

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
3	5	5	4	2	3	5	4	3	2	2	2	4	4	4	4

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	5	5	2	3	3	5	4	1	1	1	4	2	5	5	3

Тест 3

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	4	3	2	1	4	3	1	3	4	1	2	3	5	3	4

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
4	2	3	1	4	2	2	3	5	2	4	5	4	5	4	5

Тест 4

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
3	1	2	3	4	5	3	3	2	2	5	1	3	3	5	2

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5	3	1	2	4	5	3	5	1	2	5	3	4	5	2	1

Тест 5

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
4	2	5	3	3	1	3	2	1	3	2	4	3	2	3	5

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
4	2	5	1	3	2	3	2	5	3	4	4	1	4	3	1

Тест 6

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	3	2	1	3	4	4	2	5	3	2	1	1	2	3	2

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
4	1	3	3	5	1	2	3	4	3	4	2	5	4	1	4

**Ответы к заданиям-утверждениям
для подготовки к ГИА**

1. Неверно. 2. Верно. 3. Неверно. 4. Неверно. 5. Верно. 6. Неверно.
7. Верно. 8. Неверно. 9. Верно. 10. Верно. 11. Верно. 12. Неверно.
13. Верно. 14. Верно. 15. Неверно. 16. Неверно. 17. Верно. 18. Неверно.
19. Неверно. 20. Неверно. 21. Верно. 22. Верно. 23. Неверно. 24. Верно.
25. Верно. 26. Верно. 27. Неверно. 28. Верно. 29. Неверно. 30. Верно.
31. Неверно. 32. Верно. 33. Верно. 34. Неверно. 35. Верно. 36. Верно.
37. Неверно. 38. Неверно. 39. Верно. 40. Верно. 41. Верно. 42. Неверно.
43. Верно. 44. Неверно. 45. Верно. 46. Неверно. 47. Неверно. 48. Верно.
49. Неверно. 50. Верно. 51. Верно. 52. Неверно. 53. Верно. 54. Верно.
55. Неверно. 56. Неверно. 57. Неверно. 58. Верно. 59. Верно. 60. Неверно.

Учебное издание

**Звавич Леонид Исаакович
Потоскуев Евгений Викторович**

ТЕСТЫ ПО ГЕОМЕТРИИ

7 класс

Издательство «**ЭКЗАМЕН**»

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. АЕ51. Н 16054 от 28.02.2012 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо*
Редактор *Г.А. Лонцова*
Технический редактор *Л.В. Павлова*
Корректор *О.А. Андрейчик*
Дизайн обложки *А.Ю. Горелик*
Компьютерная верстка *М.В. Демина*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.
www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано по технологии СТР
в ИПК ООО «Ленинградское издательство»
194044, Санкт-Петербург, ул. Менделеевская, д. 9
Тел./факс: (812) 495-56-10

По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).